Аномальны ли ускорения космических аппаратов Пионер 10 и Пионер 11 ?

Л.Римша В.Римша

laimontas.rimsa@yahoo.com viktor@pasvalys.lt

Показано что , возможно , само движение космических аппаратов (КА) Пионер 10 и Пионер 11 не является аномальным и , что общепринятая интерпретация аномальности ускорения (или некотороя части ускорения) этих апаратов может быть следствием используемого недостаточно корректого учета продольного эффекта Допплера .

1.Продольный эффект Допплера в $\frac{1}{c^2}$ приближении.

Далее везде , при рассмотрении эффекта Допплера, будем пользоваться так назывемым временным формализмом. В этом формализме можно записать

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{d\tau_1}{d\tau_2} = \frac{d\tau_1}{dt_1}\frac{dt_1}{dt_2}\frac{dt_2}{d\tau_2} \tag{1}$$

Здесь
ω_1 - частота сигнала наблюдаемая в системе отсчета 1 (сигнал излучается в этой системе отсчета) ,
ω_2 - частота сигнала наблюдаемая в системе отсчета 2 (сигнал наблюдается в этой системе отсчета) ,
$d\tau_1$ - промежуток собственного времени в системе отсчета 1,
$d\tau_2$ - промежуток собственного времени в системе отсчета 2,
dt_1 - промежуток координатного времени между событиями в системе отсчета 1,
dt_2 - промежуток координатного времени между событиями в системе отсчета 2.

Продольный эффект Допплера зависит от отношения промежутков координатного времени

$$\frac{dt_1}{dt_2} \tag{2}$$

Для величин координатного времени в нашем случае можно написать следующее уравнение

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{c}\left|\vec{r}_2(t_2) - \vec{r}_1(t_1)\right| \tag{3}$$

Далее , находим связь дифференциалов (или приращений) координатного времени . Так как

$$\left|\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1)\right|^2=(\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1))^2 \tag{4}$$

то в этом случае для приращений этих величин можно написать следующее равенство

$$\left|\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1)\right|(\Delta\left|\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1)\right|)=(\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1))(\Delta(\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1)) \tag{5}$$

Если ввести единичный вектор по направлению распространения сигнала

$$\vec{n}=\frac{\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1)}{\left|\vec{r}_1(t_1)-\vec{r}_2(t_2)\right|} \tag{6}$$

то тогда (5) можно переписать следующим образом

$$\Delta\left|\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1)\right|=\vec{n}\Delta(\vec{r}_2(t_2)-\vec{r}_1(t_1)) \tag{7}$$

Далее , с учетом (3) и (7) , получаем уравнение для дифференциалов

$$\frac{dt_1}{dt_2}=1+\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_2}-\vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2})=1-\vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2}+\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1}\frac{dt_1}{dt_2} \tag{8}$$

Из этого уравнения и следует общеизвестное точное отношение для дифференциалов координатного времени (и , соответственно, точное выражение для продольного эффекта Допплера)

$$\frac{dt_1}{dt_2}=\frac{1-\vec{n}\dfrac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2}}{1-\vec{n}\dfrac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1}} \tag{9}$$

Если же применить к правой стороне равенства (8) следующее условие

$$\frac{dt_1}{dt_2}\approx 1 \tag{10}$$

то тогда получаем приближенное выражение для отношения промежутков координатных времен

$$\frac{dt_1}{dt_2}\approx 1-\vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2}+\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1} \tag{11}$$

Установим величину разности выражений (9) и (11) в $\frac{1}{c^2}$ приближении.

Так как

$$\frac{dt_1}{dt_2}=\frac{1-\vec{n}\dfrac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2}}{1-\vec{n}\dfrac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1}}\approx 1-\vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2}+\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1}-(\vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2})(\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1})+(\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1})^2 \qquad (12)$$

то разность между (9) ir (11) (в $\frac{1}{c^2}$ приближении) получаем следующую

$$K\approx -(\vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2})(\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1})+(\vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1})^2 \qquad (13)$$

Все эти выше указанные формулы можно применить и к интегральному эффекту Допплера – следует только заменить дифференциалы конечными приращениями координатного времени. Тогда (8) и (11) можно переписать следующим образом

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}=1-\vec{n}\frac{\Delta\vec{r}_2(t_2)}{c\Delta t_2}+\vec{n}\frac{\Delta\vec{r}_1(t_1)}{c\Delta t_1}\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \qquad (14)$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\approx 1-\vec{n}\frac{\Delta\vec{r}_2(t_2)}{c\Delta t_2}+\vec{n}\frac{\Delta\vec{r}_1(t_1)}{c\Delta t_1} \qquad (15)$$

Очевидно, что приближенные формулы для отношений промежутков координатных времен (11) и (15) корректны только в приближении $\frac{1}{c}$ (это следует из (13)) . Только в этом приближении будут корректными и формулы для продольного эффекта Допплера (если в правых сторонах уравнений (8) и (14) пользоваться приближением $\frac{dt_1}{dt_2}\approx 1$ или соответственно $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}\approx 1$) .

2.Наблюдаются ли аномальные смещения частоты сигналов космических апаратов ?

В задачах об смещении частоты сигналов получаемых от космических апаратов момент приема сигнала в координатном времени t_2 известен с большой точностью, момент же излучения сигнала КА в координатном времени t_1 можно установить с помощью применения последовательных приближений (итераций) к уравнению расспространения сигнала

$$t_2 - t_1 = \frac{1}{c}\left|\vec{r}_2(t_2) - \vec{r}_1(t_1)\right| \tag{16}$$

Величину смещения частоты , обусловленного продольным эффектом Допплера , в этом случае определяет разница двух моментов координатного времени , соответствующих моменту начала наблюдения сигнала и концу наблюдения сигнала в координатном времени.

Точное выражение для разницы двух решений распространения сигнала (light-time solution - LT) от того же самого КА , можно привести к виду разницы двух промежутков координатного времени

$$\Delta t_2 - \Delta t_1 = \frac{1}{c}\vec{n}\Delta(\vec{r}_2(t_2) - \vec{\vec{r}}_1(t_1)) = \frac{1}{c}\vec{n}\{\frac{d}{dt_2}\vec{r}_2(t_2)\Delta t_2 - \frac{d}{dt_1}\vec{\vec{r}}_1(t_1)\Delta t_1\} \tag{17}$$

JPL же использует приближенное выражение для (17) - в [1] принимается предположение , что для разницы двух LT в координатном времени от того же КА можно пользоваться в правой стороне этого уравнения условием $\Delta t_1 \approx \Delta t_2$ (это все прописано в разделе 8 , подразделе 8.3.3 - формулы 8.73 – 8.77).

В приближении , используемом JPL , для разности двух LT в координатном времени получаем

$$\Delta t_2 - \Delta t_1 = \frac{1}{c}\vec{n}\Delta(\vec{r}_2(t_2) - \vec{\vec{r}}_1(t_1)) \approx \frac{1}{c}\vec{n}\{\frac{d}{dt_2}\vec{r}_2(t_2)\Delta t_2 - \frac{d}{dt_1}\vec{\vec{r}}_1(t_1)\Delta t_2\} \tag{18}$$

Такое приближение для интегрального продольного эффекта Допплера соответствует приближению

$$. \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = 1 - \vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2} + \vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1}\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} \approx 1 - \vec{n}\frac{d\vec{r}_2(t_2)}{cdt_2} + \vec{n}\frac{d\vec{r}_1(t_1)}{cdt_1} \tag{19}$$

Приближение как в (18) и в (19) (используемое JPL), обеспечивает необходимую заданную точность для нахождения траектории КА , но, как в предыдущем разделе мы показали , при этом продольный эффект Допплера корректно учитывается только в рамках $\frac{1}{c}$ приближения.

То , что необходимо разность двух LT в координатном времени учитывать более точно чем теперь учитывет JPL, следует и из оценки порядка величин. А именно, в указанном нами подразделе 8.3.3 , утверждается что можно пренебречь в разности двух LT в координатном времени (в разности двух промежутков координатного времени) величинами порядка $\sim 10^{-8}\Delta t$ (и соотвественно вкладом продольного эффекта Допплера для относительного смещения частоты порядка $\sim 10^{-8}$) , но, при этом , в точной модели распространения сигналов JPL все таки явно учитываются величины такого же порядка для подсчета разницы промежутков собственного времени и промежутков координатного времени из-за поперечного эффекта Допплера и из-за гравитационного замедления времени (соответствующие величины имеют этот же порядок $\frac{\vec{v}^2}{c^2}\Delta t \sim 10^{-8}\Delta t$ и $\frac{\phi}{c^2}\Delta t \sim 10^{-8}\Delta t$ - следовательно относительное смещение частоты из-за поперечного эффекта Допплера и из-за гравитационного смещения учитывется с точностью $\sim 10^{-8}$) .

В то же время , так называемые аномалии (Pioneer anomaly, flyby anomaly) проявляются как аномальные смещения частоты , имеющие порядок величины такой же как и порядок $\frac{1}{c^2}$ для продольного эффекта Допплера. Например , это можно усмотреть в [2] и в [3] с учетом нашей формулы (13) .

3.Заключение.

При корректном учете продольного эффекта Допплера в $\frac{1}{c^2}$ приближении появляется дополнительное смещение частоты сигнала по сравнению с JPL в настоящее время учитываемым смещением частоты сигнала КА. Это дополнительное смещение частоты сигналов имеет порядок величины так называемых аномальных смещений частоты сигналов (Pioneer anomaly , flyby anomaly) и поэтому необходимо учитывать это смещение при рассмотрении частот сигналов получаемых с КА .

1. T.D.Moyer http://descanso.jpl.nasa.gov/Monograph/series2/Descanso2_all.pdf
2. A.Yefremov http://www.ptep-online.com/index_files/2007/PP-09-18.PDF
3. J.P.Mbelek http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0809/0809.1888.pdf