Беспалов Сергей Сергеевич

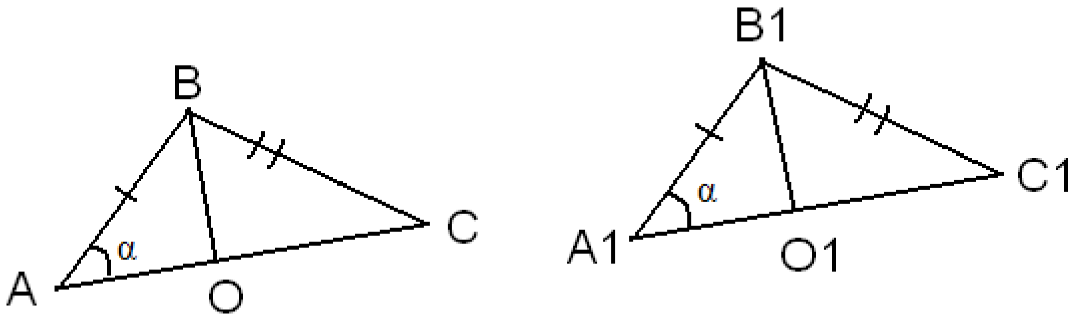
ПРИЗНАКИ РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Аннотация

В статье доказываются новые признаки равенства треугольников, а также признак равенства четырехугольников и признак подобия треугольников.

Ключевые слова: угол, треугольник, равенство
Keywords: angle, triange, aquality

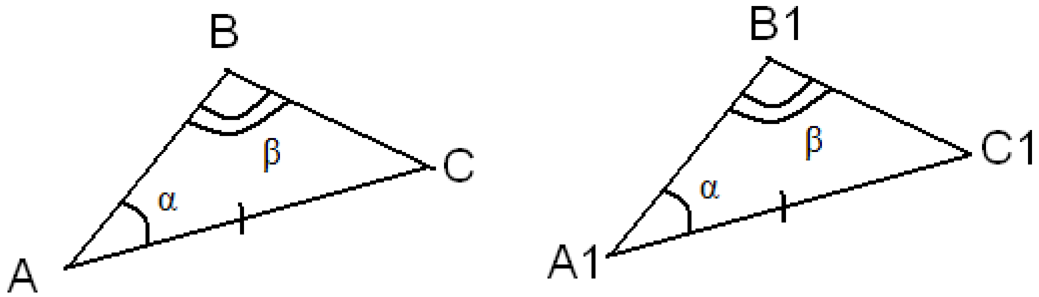
Первый признак: если две стороны и угол <u>между ними</u> одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу <u>между ними</u> другого треугольника, то такие треугольники равны. Правильнее написать : если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
Доказательство:



Рассмотрим треугольник ABC :
$\sin\propto = OB/AB \Rightarrow OB = AB*\sin\propto$;
$OC=\sqrt{BC^2 - OB^2}=\sqrt{BC^2-AB^2*\sin^2\alpha}$;
$\cos\propto = AO/AB \Rightarrow AO = AB*\cos\propto$;
$AC=AO+OC= AB*\cos\propto + \sqrt{BC^2-AB^2*\sin^2\alpha}$; (1)
Рассмотрим треугольник A1B1C1 :
$\sin\propto = O1B1/A1B1 \Rightarrow O1B1 = A1B1*\sin\propto$;

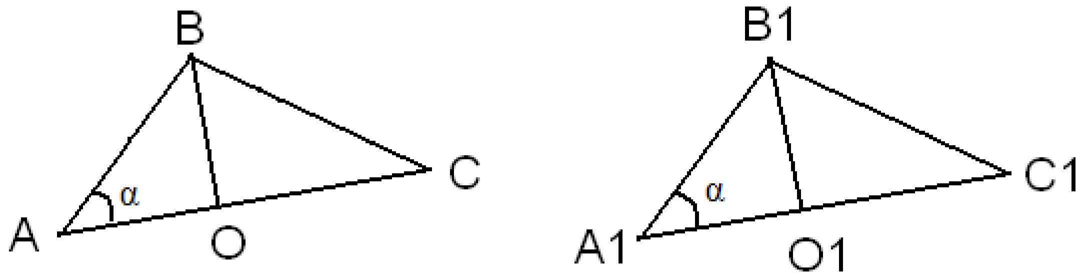
$O1C1=\sqrt{B1C1^2 - O1B1^2}=\sqrt{B1C1^2-A1B1^2 * \sin^2 \alpha}$;
$\cos \propto = A1O1/A1B1 \Rightarrow A1O1=A1B1*\cos \propto$;
$A1C1=A1O1+O1C1= A1B1*\cos \propto + \sqrt{B1C1^2-A1B1^2 * \sin^2 \alpha}$; (2)
Из формул (1) и (2) и равенств AB=A1B1, BC=B1C1 следует равенство AC=A1C1. Треугольники равны по трем сторонам. В случае , если у треугольников равны углы BCA и B1C1A1, доказательство аналогично. Случай, когда равны углы BAC и B1A1C1 уже доказан. Ч. т. д.

Второй признак : если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны. Правильнее написать : если сторона и два угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум углам другого треугольника, то такие треугольники равны.
Доказательство:



Угол BCA= 180- ∝ -β ; (1)
Угол B1C1A1=180 - ∝ -β ; (2)
Из равенств (1) и (2) и признака равенства треугольников «по стороне и двум прилежащим к ней углам» следует равенство треугольников. В случае, когда равны углы ABC и A1B1C1, ACB и A1C1B1 доказательство аналогично. Случай , когда равны углы BAC и B1A1C1, BCA и B1C1A1 уже доказан .
Ч. т. д.

Признак подобия треугольников по двум сторонам и углу между ними также некорректен. Правильно писать: по двум сторонам и углу.
Доказательство:



A1B1=k*AB; B1C1=k*BC ;

Рассмотрим треугольник ABC :

$\sin \propto = OB/AB \Rightarrow OB = AB * \sin \propto$;

$OC = \sqrt{BC^2 - OB^2} = \sqrt{BC^2 - AB^2 * \sin^2 \alpha}$;

$\cos \propto = AO/AB \Rightarrow AO = AB * \cos \propto$;

$AC = AO + OC = AB * \cos \propto + \sqrt{BC^2 - AB^2 * \sin^2 \alpha}$;

Рассмотрим треугольник A1B1C1 :

$\sin \propto = O1B1/A1B1 \Rightarrow O1B1 = A1B1 * \sin \propto$;

$O1C1 = \sqrt{B1C1^2 - O1B1^2} = \sqrt{B1C1^2 - A1B1^2 * \sin^2 \alpha}$;

$\cos \propto = A1O1/A1B1 \Rightarrow A1O1 = A1B1 * \cos \propto$;

$A1C1 = A1O1 + O1C1 = A1B1 * \cos \propto + \sqrt{B1C1^2 - A1B1^2 * \sin^2 \alpha} =$

$= k * AB * \cos \propto + k * \sqrt{BC^2 - AB^2 * \sin^2 \alpha} = k * (AB * \cos \propto +$

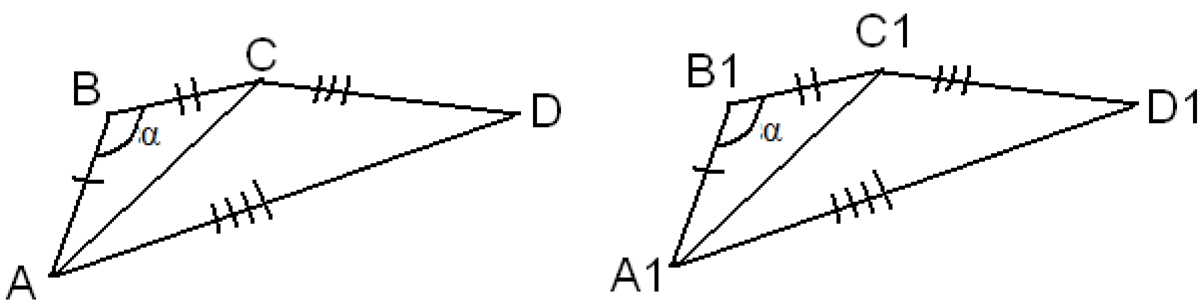
$+ \sqrt{BC^2 - AB^2 * \sin^2 \alpha}) = k * AC$;

Треугольники подобны по трем сторонам. В случае , если у треугольников равны углы BCA и B1C1A1, доказательство аналогично.

Случай, когда равны углы BAC и B1A1C1 уже доказан. Ч. т. д.

Признак равенства четырехугольников: если четыре стороны и угол одного четырехугольника соответственно равны четырем сторонам и углу другого четырехугольника, то такие четырехугольники равны.

Доказательство:



По теореме косинусов:

$AC^2=AB^2+BC^2-2*AB*BC*\cos\alpha$;
$A1C1^2=A1B1^2+B1C1^2-2*A1B1*B1C1*\cos\alpha = AB^2+BC^2-2*AB*BC*\cos\alpha=AC^2$;
A1C1=AC => треугольник ABC равен треугольнику A1B1C1, а треугольник ACD равен треугольнику A1C1D1 по трем сторонам; из равенства треугольников ABC и A1B1C1, ACD и A1C1D1 следует равенство четырехугольников. Ч. т. д.

- ***Учебник:***

Погорелов А. В. Геометрия: учеб. для 7-11 кл. общеобразоват. учреждений. – 6-е изд. – М.

Email: VasyaPenkin@gmail.com