

«НАУКА», Новосибирск
ISBN 5-02-031549-4

К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ НА МНОЖЕСТВЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ

1999г.

А. В. Баяндин

ВВЕДЕНИЕ

Прежде, чем изложить суть проблемы и ее решение остановимся немного на истории **чисел** и их связи с действительностью. Особенно ярко значимость чисел в деятельности человека отражена в древнегреческой мифологии.

Так в трагедии «Прикованный Прометей» древнегреческого драматурга Эсхила, полубог Прометей говорит о своих деяниях на благо людей, за что и был наказан: «Смотрите же, что смертным сделал я. **Число** им изобрел и буквы научил соединять, им память дал, мать муз, всему причину...». Как видно из приведенной цитаты, первое место среди своих заслуг перед человечеством он ставит не **огонь**, который принес людям, а **число, счет**. Затем - письменность, а затем - «мать муз» и **всему причину - память**, которую Олицетворяла Мнемосина - муза памяти. Благодаря памяти строится любая деятельность и накапливается опыт человека, как - индивидуальный, так и коллективный. Такова роль чисел и счисления в оценке грека Эсхила, а следовательно, и Прометея.

Пифагор и его последователи открыли много диковинного и даже таинственного в мире чисел.

К ним восходит *великая магия чисел, которая якобы управляет миром*. К их кабалистике нет-нет да и обращаются ученые даже в наше время.

Так, свой труд - классическую работу по инженерной психологии, Дж. А. Миллер назвал, можно сказать, оригинально: «*Магическое число семь плюс минус два. О некоторых пределах нашей способности перерабатывать информацию*».

Действительно, кто скажет, почему у французов самая сильная клятва «крепко, как семь», у греков - семь чудес света и семь мудрецов? Почему счастливый человек чувствует себя на седьмом небе, а по русским пословицам «семеро одного не ждут», «у семи нянек дитя без глазу», «семь раз отмерь»?...

В заключении Дж. Миллер возвращается к тому, с чего начал: «...Как же обстоит дело с магическим числом 7? Что можно сказать о 7 чудесах света, о 7 морях, о 7 смертных грехах, о 7 дочерях Атланта - Плеядах, о 7 возрастах человека, 7 уровнях ада, 7 основных цветах, 7 тонах музыкальной шкалы или о 7 днях недели? Что можно сказать о семизначной оценочной шкале, о 7 категориях абсолютной оценки, о 7 объектах в объеме внимания и 7 единицах в объеме непосредственной памяти?».

Сюда же можно добавить выражение - «книга за семью печатями», содержание которой

трудно поддается осмыслению и доступно только знатокам.

Логически завершая свою работу, Миллер пишет: «Вероятно, за всеми этими семерками скрывается нечто очень важное и глубокое, призывающее нас открыть тайну. Но я подозреваю, что это злое пифагорейское совпадение» [1].

Итак, вопрос о том, имеем ли мы дело с объективной реальностью или мистикой, когда рассуждаем о роли семерки или иного числа с «магическими свойствами», ученый оставляет открытым.

Но вернемся к «нашим» древним грекам, заложившим основы современной науки о числе. Современником и другом Архимеда остроумнейшим человеком был Эратосфен. К числу его изобретений относится так называемое «**решето Эратосфена**», решето - «просеивающее» числа и позволяющее отобрать из них простые. По сути дела - это был первый в мире **алгоритм - свод правил, строго следуя которым непременно получишь верный результат**: располагая ряд чисел в их натуральной (естественной) последовательности, начиная с единицы и вычеркивая из него все числа после двойки - через одну цифру, после тройки - через две, после четырех - через три цифры и т.д. Таким образом, останутся только **простые числа**, т.е. такие числа $p \geq 1$, которые делятся только на себя p и на единицу.

Эратосфеново решето поработало на исследователей далеко не простых **простых чисел** - с древнейших времен до Чебышева и даже до наших дней.

Так, в современной литературе по **теории чисел**, или «**высшей арифметике**» как ее иногда называют профессионалы, алгоритм поиска простых чисел по методу решета Эратосфена приводится, как правило, в начале изложения материала [2].

Разработкой основ теории чисел занимались такие корифеи математики, как Эйлер, Гаусс, Лежандр, Чебышев и его ученик - Золотарев, а также всем известный Ферма.

Так, Гаусс в свое время писал о теории чисел: «**Высшая арифметика предлагает нам неиссякаемый запас интересных истин - истин, которые не стоят изолированно, а соединены глубокими внутренними связями и между которыми по мере увеличения нашего знания мы постоянно открываем все новые и иногда полностью неожиданные связи**».

В теории чисел - фундаменте математики, хоть и недостроенном и стоящем где-то особняком от могучего храма высшей математики, в чем не раз убеждались ученые, казалось бы случайные, побочные результаты кажущихся бесполезных работ в этой области порождают новые методы исследования природы, открывают истинный смысл научных законов.

Одной из определяющих теорию чисел основ является **закон распределения простых чисел в натуральном ряду** чисел. Поведение множества простых чисел во множестве натуральных чисел казалось бы не связано с уже известными законами природы. Хотя природа и не играет с нами в прятки и из всех возможных решений выбирает наиболее простые, экономные (**принцип наименьшего действия**), наиболее логичные, но в случае простых чисел, множество которых **бесконечно**, а поведение на числовой оси взбалмошное - найти для них закон оказалось не так то просто.

Началом аналитического поиска распределения простых чисел явилась работа Л. Эйлера по доказательству теоремы Евклида о бесконечности простых чисел [3]. Он рассмотрел произведение по всем простым числам p :

$$\prod_p \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} = \prod_p \left(1 + \frac{1}{p^s} + \frac{1}{p^{2s}} + \dots\right) \quad (1)$$

при $s > 1$. Это произведение сходится, и если его раскрыть, то в силу однозначности разложения натуральных чисел на простые сомножители получается, что оно равняется

сумме ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$, откуда следует *тождество Эйлера* или т.н. *дзета-функция*:

$$\prod_p \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = z(s) \quad (2)$$

при $s > 1$.

Это тождество и его обобщения играют фундаментальную роль в теории распределения простых чисел. Исходя из него Л. Эйлер доказал, что ряд $\sum \frac{1}{p}$ и произведение

$\prod \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}$ по простым p расходятся. Более того, Эйлер установил, что простых чисел «много», ибо $p(x) \sim \ln x$, и в то же время почти все натуральные числа являются составными, т.к. $p(x)x^{-1} \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$.

Далее значительного успеха достиг П.Л. Чебышев [4], который в 1851-52 доказал, что имеются такие две постоянные a и A , что :

$$a \frac{x}{\ln x} < p(x) < A \frac{x}{\ln x} \quad (3)$$

где

$$a > \frac{\ln 2}{2} \quad \text{и} \quad A < 2 \ln 2, \quad \text{при любых } x \geq 2, \quad (\text{т.е. что}$$

растет, как функция $x / \ln x$).

Хронологически следующим значительным результатом, уточняющим теорему Чебышева, является [3] т.н. асимптотический закон распределения простых чисел (Ж. Адамар, 1896, Ш. Ла Валле Пуссен, 1896), заключающийся в том, что предел отношения $p(x)$ к $x / \ln x$ равен 1. Исследование по сужению колебаний $p(x)$ около $x / \ln x$ было непосредственно продолжено также целым рядом математиков: Сильвестром, Ивановым и Станевичем. Вообще говоря, формула Чебышева дает заниженные значения количества простых чисел в сравнении с их фактическим количеством при заданном x . Казалось бы, что при $x \rightarrow \infty$ формула Чебышева даст истинное значение простых чисел. Но пройдет не более полстолетия после опубликования формулы Чебышева и английский математик Литлвуд докажет, что в ряду целых чисел существует некое число, около которого числа Чебышева оказываются уже не меньше, а больше действительного количества простых чисел.

Еще через два десятка лет это таинственное число нашли. Оно больше всех известных науке чисел - гигантов и выглядит так [1]:

$$N \approx 10^{10^{34}}$$

Это так называемое число Скъюиса.

В свое время Эйлер сформулировал теорему: от какого угодно числа a вплоть до его удвоения $(2a)$ существует хоть одно простое число. Используя метод решета Эратосфена он пытался разработать общий метод подсчета количества простых чисел в

рассматриваемом распределении простых чисел в натуральном ряду. Но найти ее Эйлеру не удалось [5]. Теорему переоткрыл Бертран в виде своего знаменитого постулата, который был доказан Чебышевым. Наиболее точные результаты по дальнейшему уточнению постулата Бертрана были получены Н.Г. Чудаковым на основании исследований Гогейзеля и И.М. Виноградова [6, 7, 8]. Глубокие идеи Римана о тесной связи закона распределения простых чисел с законом расположения нетривиальных нулей дзета-функции $z(s)$ в комплексной плоскости явились шагом вперед по отношению к первой работе П.Л. Чебышева и полностью покрыли ее идейное содержание.

Но прошло уже более восьмидесяти лет после удачной на первых порах реализации идей Римана математиками Ж. Адамаром, Ш. Валле Пуссенном, Мангольтом и другими, но никакого сужения критической полосы, хотя бы на e , не последовало, несмотря на усилия многих очень сильных математиков. А «спасительную» формулу для нахождения простых чисел так никто и не нашел.

I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Требуется определить характер поведения количества простых чисел $p(x)$ в натуральном ряду чисел x при $x \rightarrow \infty$. Найти отличия и связь с другими числами, а также - провести аналитическое исследование полученных соотношений.

Обобщить результаты исследования на весь натуральный ряд чисел, сформулировать вопросы для дальнейшего углубленного рассмотрения путей решения поставленной проблемы.

Индуктировать полученные результаты на математику, основывающуюся в своих методах на счислении, - на естествознание, оперирующее абстрактными образами и приемами математики в исследовании окружающей природы научными методами. Сформулировать принцип адекватности абстрактного математического мышления человека, использующего счисление, измерение - как достоверный инструмент познания Природы, - объективным законам развития Природы.

II. ОСНОВАНИЕ МЕТОДА ПОИСКА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ С ПОМОЩЬЮ «РЕШЕТА» БАЯНДИНА

Пожалуй теория чисел - единственный раздел математики, допускающий экспериментальное исследование непосредственно изучаемого объекта. В последние годы с ростом мощности и доступности ЭВМ все большую роль в работе математиков стал играть эксперимент, бывший до недавнего времени почти безраздельной вотчиной физики, химии и других естественных наук. Математики получили возможность выдвигать новые гипотезы, на основе результатов быстрой компьютерной обработки огромных массивов. Порой при этом проявляются закономерности, которые вряд ли можно было обнаружить в «добрые старые времена» [8].

Вместе с тем, не потерял актуальности метод анализа статистического и экспериментального материала на предмет выявления закономерностей.

2.1 Свойство многозначных чисел иметь цифровой корень или, по-другому - инвариант, известно с древних времен. В частности, это свойство чисел используется в практической магии чисел и по сей день для, якобы, определения характера, судьбы и пр. человека. Суть этого свойства многозначных чисел сводится к следующему:

- если складывать в произвольном порядке цифры целого многозначного числа друг с другом до получения в итоге однозначного числа, то результат сложения всегда будет один и тот же, т.е. - конечный результат сложения всех цифр этого числа и будет называться инвариантом;

- количество инвариантов для всех многозначных произвольных чисел равно девяти (9).

Пример:

1. $5871036 \rightarrow 58+7+10+36=111 \rightarrow 1+11=12 \rightarrow 1+2=3,$
 $5871036 \rightarrow 5+871+0+3+6=885 \rightarrow 88+5=93 \rightarrow 9+3=12 \rightarrow 1+2=3,$ т.е.
цифра 3 есть инвариант числа 5871036.

2. $39016395 \rightarrow 39+0+16+395=450 \rightarrow 4+50=54 \rightarrow 5+4=9,$
 $39016395 \rightarrow 3+90+1+63+9+5=171 \rightarrow 17+1=18 \rightarrow 1+8=9$ и здесь цифра 9 -
инвариант числа 39016395.

3..Для множества целых чисел натурального ряда инвариантами являются девять цифр:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Легко также заметить, что добавление (сложение) цифры 0 и 9 не изменяют значения инварианта. Поэтому, при подсчете инварианта произвольного числа указанные цифры отбрасывают.

Обобщая свойства числа 9 можно сказать, что сложение и вычитание любого произвольного многозначного числа с числом 9 не изменяют его (многозначного числа) инварианта.

Более того, число 9 является периодом для инварианта целого числа в десятичной системе счисления. Т.е., если записать результат деления произвольного целого числа на число 9:

$$N = 9 * (k + m) \tag{4}$$

где k - целая часть, а m - мантисса полученного числа, то k характеризует количество периодов повторения инварианта для числа N , а произведение $9 * m = Inv$ - является инвариантом числа N .

Очевидным следствием периодичности инварианта числа является утверждение, что : *любое число делится на число 9 без остатка, если перед делением из делимого вычесть инвариант этого числа.*

2.1.1.Используя указанное выше правило и данные таблиц простых чисел, например [2], найдем, **что простые числа характеризуются всего шестью инвариантами, это:**

$$Inv.: \quad 1, \quad 2, \quad 4, \quad 5, \quad 7, \quad 8.$$

2.2.Анализ тех же экспериментальных таблиц простых чисел показывает, что окончания (цифра младшего разряда числа) простых чисел образуются нечетными числами (в силу их определения) и представляют собой строго чередующийся (по порядку следования окончаний) ряд с периодом равным десяти (10) для однозначной цифры окончания :

$$b_i : \quad (3, 1, 9, 7); \quad (3, 1, 9, 7); \quad (3, 1, 9, 7); \dots$$

для которых справедливо выражение -

$$N = b_i + 10n \tag{5}$$

где n - количество периодов повторения окончания b_i простого числа.

2.3.Из сравнения выражений (4) и (5) для простых чисел следует рекуррентное выражение:

$$N = Inv._j + 9k = b_i + 10n \tag{6}$$

2.4.Период следования простых чисел с одинаковыми **окончаниями** и **инвариантами** равен

$$\frac{N - Inv.j}{n} = T = 90 \quad (7)$$

где n – число периодов и $n = 1, 2, 3, 4, \dots$ - натуральный ряд чисел .

2.5. Число три (3) имеет окончание 3 как и у простых чисел, но инвариант 3 - отсутствует у простых чисел, напротив, у числа 5 имеется необходимый инвариант простых чисел, равный 5, но у простых чисел нет окончаний на 5. Поэтому числа 3 и 5 не могут относиться к ряду простых чисел в этом представлении.

Число 2 - четное и к тому же имеет инвариант и окончание, отличные от простых, поэтому оно в дальнейшем не рассматривается как простое.

Число 1 обладает всеми свойствами простых чисел, но отличается от всех простых чисел математическим свойством, а именно: $1 = 1^{-n}$, вследствие чего оно не рассматривается в дальнейшем исследовании.

Таким образом, число семь (7) является первым числом ряда простых чисел.

2.6. Свойства (п.2.1.1. и п.2.2) простых чисел, объединенные вместе, образуют элементарную ячейку - матрицу размещения простых и составных из простых сомножителей чисел. Для одной матрицы этот признак можно записать так:

$$\sum_{j=1}^{j=6} j \times \sum_{i=1}^{i=4} i = 24 = const = b \quad (8)$$

где постоянная $b = 24 = const$ характеризует количество простых и составных из простых сомножителей (начиная с числа 7) чисел в элементарной ячейке - матрице, назовем ее **постоянной матрицы (4 × 6)** содержащей 4 строки и 6 столбцов элементов - чисел (в произведении сумм выражения (8) j и i как числовые количественные символы соответственно для $Inv.j$ и b_i).

2.7. Учитывая свойство периодичности простых чисел по инвариантам и окончанием, св. П. 2.4., для n периодов повторения, т.е. для

$$n = x / T = x / 90 \quad (9)$$

запишем:

$$\Theta(x) = n \times \left(\sum_{j=1}^{j=6} j * \sum_{i=1}^{i=4} i \right) = 24n = const = b \cdot n \quad (10)$$

где x - рассматриваемое текущее целое число натурального ряда;

$\Theta(x)$ – количество простых и составных из простых сомножителей чисел (начиная с числа 7) в натуральном ряду чисел.

Подставляя в выражение (10) соотношение (9) получим:

$$\Theta(x) = \frac{x}{T} \times \left(\sum_{j=1}^{j=6} j \times \sum_{i=1}^{i=4} i \right) = \frac{b \cdot x}{T} = \frac{24x}{90} = h \cdot x \quad (11)$$

где новая постоянная $h = \frac{24}{90} = 0,26666666\dots = const$ характеризует относительное количество простых и составных из простых сомножителей (начиная с числа 7) чисел

в натуральном ряду чисел, или в процентах - 26, 666% от всего количества чисел. Назовем эту постоянную - *структурной постоянной*, как величину, определяющую структурное деление натурального ряда на множество составных и простых чисел. Результаты исследований множества чисел натурального ряда с выделением периодичности размещения простых чисел представлена на рис.1:

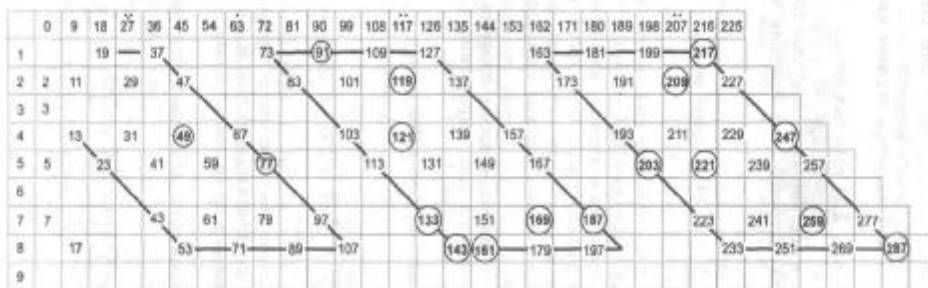


рис.1.

Если вырезать элементарные ячейки-кластеры размером (4 × 6) чисел и склеить кластеры в порядке возрастания чисел с периодом, равным 10 для каждого окончания (3, 1, 7, 9), то в результате сворачивания в спираль получим периодическую конструкцию для простых чисел, замечательную тем, что простые числа следуют одно за другим в виде четырех параллельных «цепочек»:

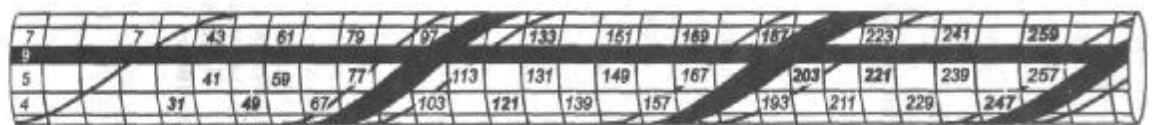


рис.2.

2.8. Краткие выводы:

2.8.1. Условия **п.2.1.1** и **п. 2.2.**, выделенные мной жирным курсивом являются необходимыми и достаточными условиями для нахождения простых чисел и составных чисел из простых, начиная с семерки и, таким образом, являются новым, более эффективным математическим инструментом («решетом») для простых чисел.

2.8.2. Ряд простых чисел с указанными в п.3.1. свойствами ряда начинается с числа **7**.

2.8.3. В отличие от «решета» Эратосфена, где необходимо последовательно, в течение какого-то времени вычеркивать по определенному алгоритму непростые числа (даже с помощью ЭВМ), причем по несколько раз одни и те же, тем самым затрудняя получение окончательного результата - в нашем случае эта процедура полностью исключается. Для простых и составных из простых чисел, начиная с числа семь существует

одна - единственная матрица размером 4 на 6 чисел для размещения этих чисел. Таким образом, в силу периодичности ($T=90$) простых и составных из простых чисел для анализа распределения простых чисел достаточно одной матрицы на 24 числа.

2.8.4. Впервые обнаружено в поведении простых чисел в натуральном ряду их закономерное периодическое изменение: сведение бесконечного к конечному путем выявления периодических свойств.

2.8.5. Выявление периодичности простых чисел позволило найти постоянные простых чисел: g - постоянную матрицы и h - структурную постоянную.

III. ФОРМУЛИРОВКА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ НА ЧИСЛОВОЙ ОСИ НА ОСНОВАНИИ ВЫЯВЛЕННЫХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ.

3.1. Из формулы (11) раздела II :

$$\Theta(x) = h \cdot x \quad (12)$$

следует, что общее количество простых и составных из простых сомножителей чисел, начиная с числа 7, находится довольно просто. Но в 26,666% от всех натуральных чисел входят и составные числа из простых сомножителей, отделить которые от простых необходимо для выяснения истинной картины распределения простых чисел. Как мы уже установили, в одной ячейке - матрице находятся 24 числа со строго определенными свойствами: шестью инвариантами 1, 2, 4, 5, 7, 8 и четырьмя окончаниями 3, 1, 7, 9. Что символично можно записать так:

$$24 = N_p + N_s \quad (13)$$

и для n периодов повторения :

$$\Theta(x) = h \cdot x = 24n = n \times (N_p + N_s) = \sum_{k=1}^{k=n} N_{p,k} + \sum_{k=1}^{k=n} N_{s,k} = p(x) + q(x) \quad (14)$$

где: N_p - количество простых чисел и N_s - количество составных в одной ячейке - матрице;

- $p(x)$ - количество простых чисел меньших заданного натурального числа x ;

- $q(x)$ - количество составных чисел при аналогичных условиях.

Преобразуем выражение (14) к следующему виду:

$$h = \frac{p(x)}{x} + \frac{q(x)}{x} = P_o(x) + Q_o(x) = const \quad (15)$$

где: $P_o(x)$ и $Q_o(x)$ - относительное количество простых и составных из простых чисел, соответственно, в натуральном ряду.

Формулу (15) представляет собой **математический закон сохранения** изменяющихся величин относительного количества простых и составных из простых сомножителей чисел при $x \rightarrow \infty$.

Прежде, чем проводить аналитическое исследование полученных соотношений и

приступать к выводу формулы распределения простых чисел в натуральном ряду чисел, необходимо провести анализ закона сохранения, выявить существенные признаки и причины поведения простых чисел в отведенным им стационарным ячейкам .

3.2. Анализ закона сохранения относительных величин простых и составных чисел.

3.2.1. Необходимо отметить, что в отличие от известных законов сохранения, например в физике - закон сохранения энергии: $E = E_{\text{пот.}} + E_{\text{кин.}} = \text{const}$, наш закон сохранения характеризует открытые системы, т.е. системы с постоянным внешним воздействием. Для всего множества чисел постоянным внешним воздействием является непрерывное возрастание их количества . Поэтому, анализ изменения состава чисел по их индивидуальным признакам возможен только лишь при условии анализа относительных величин их количества.

3.2.2. Для дальнейшего анализа закона сохранения относительных величин в открытой системе постоянно образующихся чисел требуется систематизировать имеющиеся и выявленные новые свойства простых чисел.

3.2.2.1. Все числа натурального ряда , включая простые числа, изначально независимы друг от друга, имея непосредственную жесткую связь только с предыдущим и последующим числом (отличаясь на единицу) по определению.

С увеличением количества чисел появляются новые качественные изменения, а именно - дополнительные связи. Так, простые числа , только лишь «появившись на свет» коммутируют между собой (перемножаются друг с другом) образуя т.н. составные числа из простых сомножителей. Т.е., другими словами: количество переходит в новое качество.

Систематизируем свойства простых чисел и составных чисел из простых сомножителей - тоже простых чисел в виде таблицы сравнения:

Таблица 1

Свойства чисел	Простые числа	Составные из простых сомножителей числа
Четность	нечетные	нечетные
Окончания, цифра в младшем разряде, b_i	3, 1, 7, 9	3, 1, 7, 9
Инвариант, Inv_j	1, 2, 4, 5, 7, 8	1, 2, 4, 5, 7, 8
Расположение	Матрица 4×6	Матрица 4×6
Период повторения, $Inv_j = \text{const}$, $b_i = \text{const}$	T = 90	T = 90
Первое число	7	$49 = 7 \times 7$
Причинность:	Причина в начале, следствие в развитии	Следствие в начале, причина в развитии
Количество	∞	∞
Наличие связи друг с другом	Закон обратной связи	Закон обратной связи

Примечание: Здесь уместно сделать небольшое отступление, чтобы яснее представить себе взаимосвязь простых чисел с составными числами из простых сомножителей.

Во-первых, как мы уже отметили выше, закон сохранения для простых чисел характеризует взаимосвязь простых и составных чисел в открытой системе. Под открытой системой для чисел мы имеем ввиду математическую систему с функциональной зависимостью количества чисел в любом исследуемом участке (выборки) от их общего количества, т.е. -от их прошлого, а также - как систему с непрерывным развитием количественных и качественных сторон в будущем.

Только в открытых системах возможно прогрессивное развитие. И только в прогрессивном развитии возможно разделение причины и следствия во времени на значительные промежутки. Т.к. только приток, в общем случае, энергии (в частности - приток чисел) дает возможность системе прогрессивно развиваться. Саморегулирование в системе позволяет ей сохранять устойчивое состояние в динамических внешних условиях.

Подразделение материальных систем на открытые и замкнутые в принципе очень условно. Замкнутых систем в природе не бывает. Есть только открытые системы, которые в зависимости от скорости протекания внешних воздействий можно условно подразделить на открытые и замкнутые по этому признаку.

Во-вторых, сложность анализа распределения простых чисел заключается в том, что образуемые путем коммутаций (сочетаний) простых чисел - составные числа находятся в одних и тех же матрицах с простыми числами не только в анализируемом диапазоне чисел, но и в далеком будущем, т.е. коммутации намного превышают абсолютные значения простых чисел, от которых они образованы. Таким образом, простые числа уже потенциально своим «рождением» запрещают в будущем появлению новых простых чисел в казалась бы отведенных им самой природой ячейках матрицы. В качестве примера на рис. 3 представлены матрицы простых чисел в начале их развития, $n = 2$ и - на значительном удалении, n

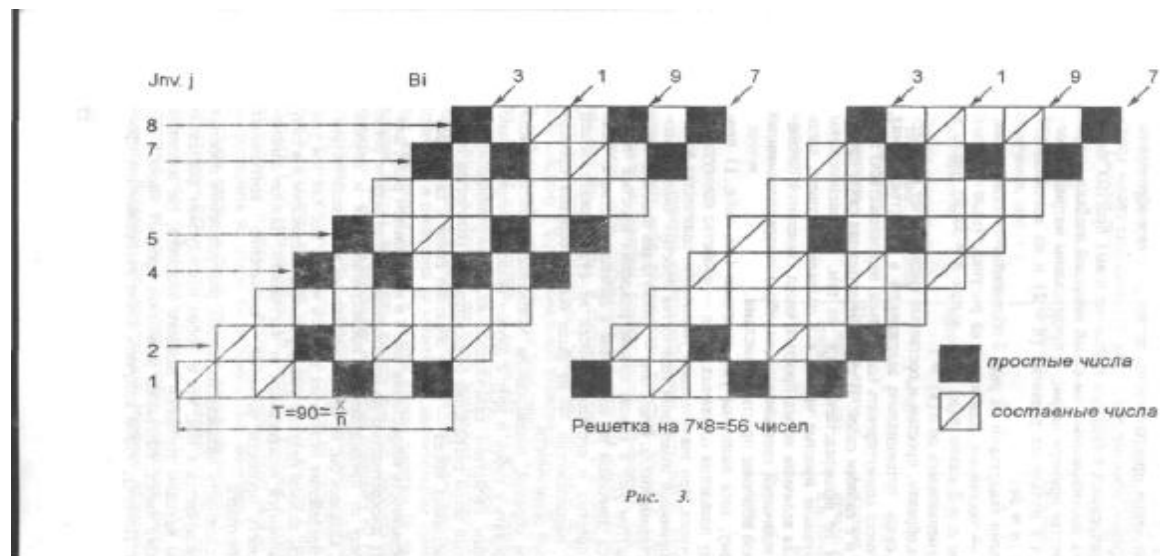


рис. 3

Светлыми кружочками на рис. 3 обозначены простые числа, темными - составные. Как видно из рисунка, число простых чисел при $n = 2$ равно $p(x) = 16$, а при $n = 55$ их число в матрице уменьшилось до $p(x) = 7$.

Таким образом, простые и составные числа имеют количественную связь, потенциально заложенную в свойствах самих простых чисел коммутировать (сочетаться, перемножаться) друг с другом и с самим собой. И эта количественная связь проявляет себя не непосредственно, т.е. не там, где расположены коммутирующие простые числа, а в далеком будущем - когда абсолютная величина новых простых чисел становится соизмеримой с величиной составных чисел, образованных малыми по абсолютной величине простыми числами.

Поэтому, хотя выше мы уже отмечали в Таблице 1 первопричину появления составных чисел - свойство коммутации простых чисел, при значительном увеличении количества чисел главной причиной изменения количества простых чисел становятся составные числа. Следствие - коммутация простых чисел друг с другом уже в самом начале рождения простых чисел, становится причиной их изменения в далеком будущем. Если бы для простых и составных чисел не существовало бы общей матрицы расположения - не было бы их обратно - пропорциональной зависимости.

Таким образом, потенциально заложенное свойство самоуправления, самоорганизации. А выявленный закон сохранения относительного количества простых и составных чисел как закон обратной связи и самоуправления.

Непрерывность возрастания чисел в натуральном ряду, диктуемая их дискретностью по определению, т.е. отличим ровно на единицу от предыдущего и последующего как и течение времени казалось бы не может повлиять на закон количественного распределения отдельных классов чисел. Но, как мы уже убедились, далекое будущее уже определено настоящим и в силу этого становится независимым от настоящего. Налицо однонаправленность процесса развития, проявление вентильных свойств будущего.

Вся сложность нахождения закона распределения простых чисел заключается в том, что в любом исследуемом диапазоне чисел мы находим отголоски далекого прошлого, где возникли коммутации чисел, вызвавшие изменение простых чисел в настоящем. Поэтому, **чтобы получить закон распределения простых чисел необходимо найти сначала закон коммутаций (сочетаний) простых чисел, т.е. найти закон распределения составных чисел. И из закона обратной связи - найти закон распределения простых чисел.**

Обыденное знание человека, формирующееся на причинно-следственных связях с окружающим миром, воспринимает окружающий мир как есть - в настоящее время. Объективное отсутствие глубинного знания прошлого вырабатывает у человека косность мышления, субъективность в оценке настоящего и будущего. Как правило, человек видит в настоящем только цепь сменяющих друг друга причин и следствий. Даже законы, которые открывает человек, содержат в себе как правило только мгновенное действие причин и мгновенное получение следствий. Поэтому очень важно в настоящем увязать далекое прошлое и увидеть зачатки причин изменения далекого будущего.

Подытоживая небольшое отступление от непосредственной темы можно коротко сказать о числах:

«Если простые числа действуют на числовой сцене здесь и сейчас, то составные числа из этих простых - в далеком будущем и совсем на другой числовой сцене.»

IV. НОВЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ АНАЛИТИЧЕСКОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ.

Новый математический «инструмент» в теории чисел - закон ДИНАМИЧЕСКОГО СОХРАНЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНЫХ ВЕЛИЧИН (обратной связи простых чисел с составными) дает возможность аналитического исследования приближенных функций распределения простых чисел в совокупности с симметричными им функциями распределения составных чисел. Взаимосвязь указанных чисел позволяет проанализировать характерные экстремальные точки функций, определяющие состояние функционального развития этих чисел.

Поэтому, на примере приближенной функции Чебышева П.Л. и закона обратной связи простых чисел (ОСПЧ) определим значения этой функции:

- при равенстве количества простых чисел количеству составных из простых;
- в особых точках, симметричных относительно точки пересечения (равенства) функций.

В случае подтверждения обратно пропорциональной зависимости этих функций в особых точках - подтвердится положение об инверсии причины и следствия и - разрешится вопрос о характере поведения функций на «бесконечности»:

- анализ изменения соотношения функций распределения простых и составных чисел от точки «перегиба» - равенства их значений, до момента их появления на числовой оси (т.е. возвращение назад - в исходную точку) через обратно пропорциональную зависимость даст полное представление о характере изменений этих функций на «бесконечности».

4.1. Исследование интегральных функций $p(x)$ и $q(x)$ и их первых производных функций $f(x)$ и $j(x)$ соответственно.

Чебышевым П.Л. в 1851 г. предложена приближенная формула нахождения количества простых чисел $p(x)$, не превышающих заданного значения x из анализа поведения дзета-функции Л. Эйлера:

$$p(x) \approx \frac{x}{\ln x} \quad (16)$$

Для качественной оценки характера поведения простых чисел нам достаточно этой простой приближенной формулы.

Подставим это выражение в закон (ОСПЧ), (14):

$$\Theta(x) = h \cdot x = p(x) + q(x) = \frac{x}{\ln x} + q(x) \quad (17)$$

и, преобразуя (17), получим для составных чисел из простых сомножителей - $q(x)$:

$$q(x) = h \cdot x - \frac{x}{\ln x} = h \cdot x \left(1 - \frac{1}{h \cdot \ln x} \right) \quad (18)$$

Формула (18) несколько занижает количество простых чисел при $x \geq 10^3$, но вполне удовлетворительна в начальном диапазоне развития чисел.

Введем в формуле (18) сомножитель a к $\ln x$, как корректирующий коэффициент $a = 0,879748$, полученный из экспериментальных результатов: - при $x \leq 5040$, $\Theta(x) = 1344$ и $p(x) = q(x) = 672$. Тогда получим приближенную формулу для анализа в диапазоне размещения простых чисел $10^3 \leq x \leq 10^4$:

$$q(x) = h \cdot x \left(1 - \frac{1}{a \cdot h \cdot \ln x} \right) \quad (19)$$

Найдем первые производные для $p(x) = \frac{x}{a \ln x}$ и $q(x)$, формулы (18) и (19):

$$1) p_1'(x) = \frac{1}{\ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right), \quad p_{22}'(x) = \frac{1}{a \ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) \quad (20)$$

$$2) q_1'(x) = h - \frac{1}{\ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right), \quad q_2'(x) = h - \frac{1}{a \ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) \quad (21)$$

4.1.1. Для первых производных рассчитаем особые точки, где:

$$1) p'(x) = q'(x), \text{ т.е. } \frac{1}{\ln x} \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) = h - \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) \frac{1}{\ln x} \text{ и } \ln x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-2h}}{h},$$

при этом выполняется равенство $\frac{1}{\ln x} \times \left(1 - \frac{1}{\ln x} \right) = \frac{h}{2} = 0,13333$.

$$2) q'(x) = 0,$$

$$3) \frac{1}{\ln x} = 1 - \frac{1}{\ln x}.$$

Для функций $p(x)$ и $q(x)$ найдем аналогичные точки:

$$1) p(x)/h \cdot x = q(x)/h \cdot x, \text{ т.е. } \frac{1}{h \cdot \ln x} = 1 - \frac{1}{h \cdot \ln x} \text{ и } \ln x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-2h}}{h^2},$$

и также выполняется равенство
$$\frac{1}{h \cdot \ln x} \times \left(1 - \frac{1}{h \cdot \ln x}\right) = \frac{h}{2} = 0,13333.$$

Результаты расчетов представлены в Таблице 2 и 3 соответственно:

Таблица 2

x	e	$x_1 = 3,28$	e^2	$x_2 = 550,99$
$p'(x)$	h	$h/2 = 0,1333$	0,25	$h/2 = 0,1333$
$q'(x)$	0	$h/2 = 0,1333$	0,01666	$h/2 = 0,1333$
$1/\ln x$	1	0,84156	0,5	0,15843
$1 - \frac{1}{\ln x}$	0	0,15843	0,5	0,84156

Таблица 3

x	86	4999	19×10^9	
$p(x)$	19,33	666	$0,802 \times 10^9$	
$q(x)$	3,6	667	$4,260 \times 10^9$	
$1/h \cdot \ln x$	0,84156	0,5	0,15843	
$1 - 1/h \cdot \ln x$	0,15843	0,5	0,84156	

На рисунке 4 представлены график изменения функций, исследованных выше:

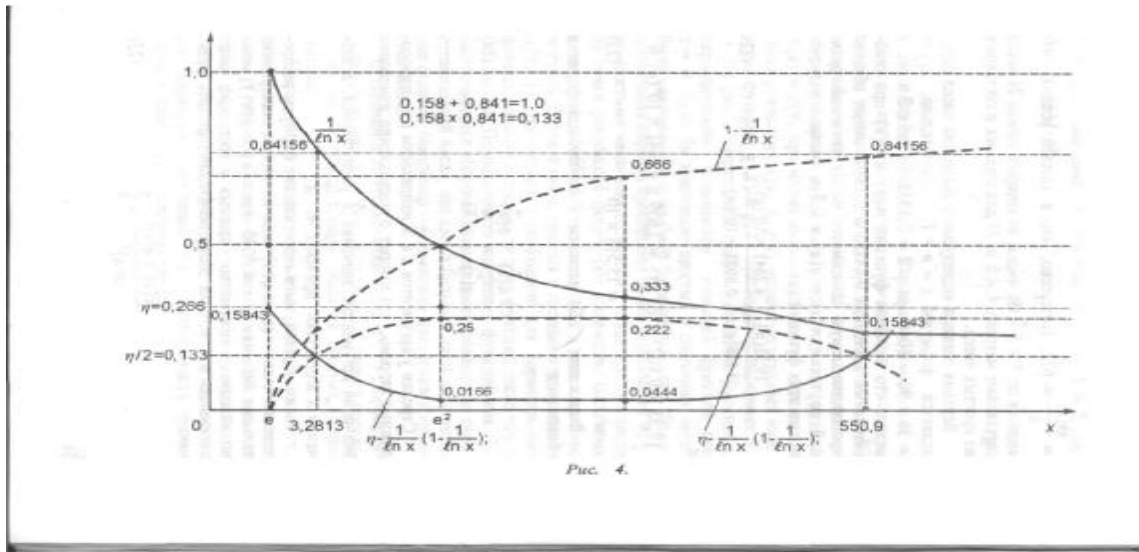


рис. 4

Когда значение x становится равным 4999, что соответствует $\Theta(x) = h \cdot x = 0,26666 \times 4999 = 1333$, количество простых чисел становится равным 666, а - составных 667. Т.е. - это место на числовой оси характеризует как примерное равенство простых и составных чисел, так и - первое превышение количества составных над количеством простых чисел ровно на единицу.

Функции $p(x)$ и $q(x)$ достигают относительного значения 0,5 ($\max = 1$) ровно за $n = 56$ периодов по $T = 90$ чисел при $x = 5040$. При этом

$$p(x) = q(x) = \frac{\Theta(x)}{2} = 672. \text{ Что интересно, в каждой решетке находится по}$$

$7 \times 8 = 56$ чисел, из которых только 24 числа составляют матрицу $4 \times 6 = 24$ для простых и составных из простых чисел.

Верхняя граница исследуемого диапазона чисел определяется формулой : $x = n \times T$, то $x_{0,5} = 56 \times 90 = 5040$ при $h/2 = 0,1333$. Из Таблицы 3 и графика, рис.4 видно, что значения функций $p(x)$ и $q(x)$ при относительных значениях 0,84156 и 0,15843, имеют обратно пропорциональную зависимость малых значений функций до точки $p(x) = q(x) = 0,5$ с большими значениями этих функций:

$$\frac{19,33(p)}{3,639(q)} = \frac{4,2641 \times 10^9(q)}{0,8027 \times 10^9(p)} = 5,31189 \quad (22)$$

$$\text{и } 19,33 \times 0,8027 \times 10^9(p) = 3,639 \times 4,2641 \times 10^9(q) = 15,518 \times 10^9. \quad (23)$$

Выражение (22) запишем в символьной форме в общем виде:

$$\frac{p(\vec{x})}{q(\vec{x})} = \frac{p(\vec{X})}{q(\vec{X})} \quad (24)$$

Стрелки у аргументов \vec{x} и \vec{X} направлены в противоположные стороны, что говорит о направлении изменения значений аргументов: значения \vec{x} уменьшаются, а

значения \dot{X} возрастают. Причем, $\dot{x} \ll \dot{X}$.

Таким образом, имея теоретические формулы распределения чисел $p(x)$ и $q(x)$, либо их точные экспериментальные значения до $x \leq 5040$ (где $p(x) = q(x)$), можно находить количество простых и составных чисел вплоть до $x \rightarrow \infty$. Для этого необходимо решить уравнение :

$$\frac{p(x) \times q(x)}{(h \cdot x)^2} = \frac{h}{k} \quad (25),$$

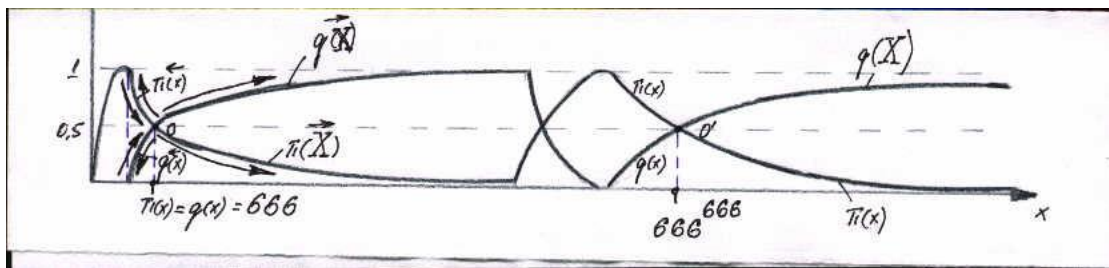
где значение k задается от ∞ до $k = 2$, где $p(x) = q(x)$,

а

$$\ln x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{h}{k}}}{\frac{2h^2}{k}} \quad (26).$$

4.1.2. В связи с изложенным выше материалом и полученной обратно пропорциональной зависимостью отношений простых чисел к составным при малых значениях

$x \leq 80$ и значениях $x \gg e^{6,31173/h} = 19 \times 10^9$ можно сделать вывод, как и предполагали выше в Примечании, что поведение функций $p(x)$ и $q(x)$ при малых значениях x до т.н. точки равновесия : $p(x) = q(x)$ полностью отражает поведение функций $p(X)$ и $q(X)$ при больших значениях X .



На рисунке 5 представлен график указанных функций с периодическим изменением значений функций при $x \rightarrow \infty$. Если бы множество простых и составных чисел было конечным, то и не было бы периодичности. Функциональная обратно пропорциональная зависимость между простыми числами и составными, когда простые числа до точки равновесия формируют количество составных чисел, с равное 666^{666} (об этом см. ниже), а также наличие жесткой обратной связи простых и составных чисел (формула 15) достаточно и необходимо для формирования функциональной зависимости этих функций после точки равновесия. Периодичность изменения функций как раз обеспечивается обратной связью, самоуправлением, самоорганизацией чисел. Что дает в будущем лишь качественное отличие (например - единицами измерения количества чисел).

Получается, что микрокосм управляет макрокосмом, а причина и следствие разнесены от точки равновесия в противоположные стороны на необозримые для человеческого понимания величины.

Получается, что в мире как и в числах нет «тупой» бесконечности, а есть только

обусловленная периодичность изменения физических процессов. Вот и получается спираль развития мира, как спираль с увеличивающимся диаметром витков у фундаментальных чисел - простых чисел.

4.2. Теперь остановимся на обосновании числа 666^{666}

Сформулированная задача тесно переплетается с проблемой определения количества составных чисел из простых сомножителей.

Число 666 в нашем случае характеризует точку равновесия между количеством простых чисел и составных. И так как выше было показано, что 666 простых чисел формируют ряд простых и составных чисел после точки равновесия, то интересно рассмотреть количество всех возможных сочетаний этих простых чисел с исключением повторных составных чисел.

Имеем 666 рядов простых чисел, каждый ряд содержит 666 членов, что соответствует последнему простому числу 4999:

- | | | |
|----|----------------------------------|---------|
| 1. | 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... | ...4999 |
| 2. | 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... | ...4999 |
| 3. | 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... | ...4999 |
| 4. | 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... | ...4999 |
| 5. | 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... | ...4999 |
| 6. | 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... | ...4999 |

666. 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31... ...4999

Повторными составными числами будем считать такие сочетания простых чисел, которые уже имели место при первичном размещении, так, например:

умножим ряд под номером 2. на ряд под номером 1.:

$7*7$, $7*11$, $7*13$, $7*17$, и т.д.

$11*7$, $11*11$, **$11*13$** , $11*17$ и т.д.

$13*7$, **$13*11$** , $13*13$, $13*17$ и т.д.

Жирным шрифтом выделены повторные составные числа, которые необходимо исключить при подсчете:

Несложным путем можно получить рекуррентные соотношения для такого рода сочетаний. Результаты расчета представлены в виде упорядоченного множества чисел, расположенных в виде симметричного ромба:

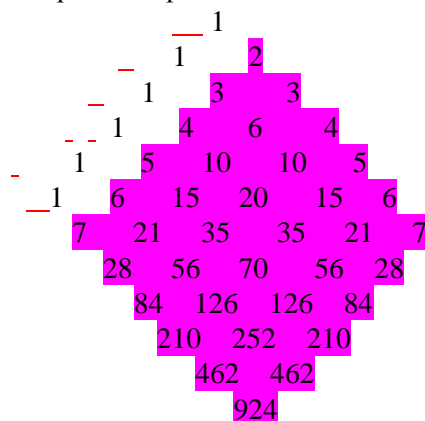


рис. 6 Ромбический алгоритм для нахождения количества составных чисел

В качестве примера взят ряд с семью простыми числами: количество сочетаний, т.е.

количество составных чисел от перемножения семи рядов находится как общая сумма чисел ромба, рис.6.

Нетрудно заметить, что верхняя треугольная часть ромба похожа на треугольник Блеза Паскаля, правда с отсутствием ряда единиц по правой грани треугольника: каждое число ромба, стоящее на строчку ниже образовано путем суммы стоящих вместе над ним двумя числами.

Представляется возможным воспользоваться разработанной техникой подсчета сумм горизонтальных рядов не вдаваясь в подробности идентичности биномиальных коэффициентов с коэффициентами ромба, используя для суммы ряда чисел вместо 2^n выражение $2^n - 1$.

Следуя этому алгоритму, можно утверждать, что последнее сочетание матрицы 666 рядов из 666 чисел будет число 666^{666} , характеризующее количество простых чисел, равных количеству составных чисел

V. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РЯДА ПРОСТЫХ И СОСТАВНЫХ ИЗ ПРОСТЫХ СОМНОЖИТЕЛЕЙ ЧИСЕЛ.

Как уже отмечалось в данной работе, задача поиска количества простых чисел при заданном натуральном $x \leq X$ сводится к задаче - от «противного», другими словами - к поиску количества составных чисел.

Для дальнейшей работы с рядом чисел, состоящим из простых чисел и составных чисел из простых сомножителей: $\Theta(x) = h \cdot x = 0,2666 \times x$, необходимо определить их счетность. Т.е. необходимо доказать возможность сопоставления указанного ряда чисел множеству чисел натурального ряда и определить соответствие чисел натурального ряда числам ряда простых и составных.

5.1. Натуральный ряд чисел и ряд чисел $\Theta(x) = h \cdot x$ простых и составных чисел. В каждом периоде $T=90$ натуральных чисел имеется 24 числа из ряда простых и составных из простых сомножителей чисел.

Выпишем первые 24 числа указанного ряда:

$$\begin{aligned} &7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, \\ &37, 41, 43, 47, 49, 53, 59, 61, \quad (28) \\ &67, 71, 73, 77, 79, 83, 89, 91. \end{aligned}$$

Все числа в порядке возрастания специально сгруппированы в три группы по 8 чисел, имеющих одинаковые окончания. Как видно, каждый столбец указанной таблицы чисел можно представить следующей рекуррентной формулой:

$$p_i + 30n \quad (29)$$

где : $a_i = 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31$ это восемь первых чисел указанного ряда, $n = 1, 2, 3, \dots$. Т.е. 8 простых чисел с периодом, равным 30. Отношение же числа 8 к числу 30 тоже дает постоянную $h = \frac{8}{30} = \frac{24}{90} = 0,266666\dots$.

Необходимо отметить, что произведение постоянной h на любое из ряда простых и составных чисел дает число натуральное плюс остаток r_i :

$$(1+0,866), (2+0,933), (3+0,466), (4+0,533), (5+0,066), (6+0,133), (7+0,733), (8+0,266),$$

$$\begin{aligned}
 & (9+0,866), (10+0,933), (11+0,466), (12+0,533), (13+0,066), (14+0,133), (15+0,733), (16+0,266), \\
 & (17+0,866), (18+0,933), (19+0,466), (20+0,533), (21+0,066), (22+0,133), (23+0,733), (24+0,266).
 \end{aligned}
 \tag{30}$$

Для рекуррентной формулы (29) получим:

$$h \times (p_i + 30n) = h \cdot p_i + 8n = n_i + r_i + 8n \tag{31}$$

где n_i : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8;
 r_i соответственно: $0,866=3,25 h$; $0,933=3,5 h$; $0,466=1,75 h$; $0,533=2 h$; $0,066=0,25 h$
 $0,133=0,5 h$; $0,266=h$.

Представим сумму первых восьми членов ряда простых и составных чисел как сумму восьми членов натурального ряда чисел минус $\sum_1^8 r_i = 15 \cdot h = 4$:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = h7 + h11 + h13 + h17 + h19 + h23 + h29 + h31 - 15h,$$

и далее:
$$\sum_{i=1}^{i=8} n_i = h \cdot \sum_{i=1}^{i=8} p_i - \sum_{i=1}^{i=8} r_i \tag{32}$$

И т.к. $\sum n = \frac{n(n+1)}{2}$, то (32) в общем виде :

$$h \sum_1^n p = \sum_1^n n + \frac{n}{2} = \frac{n(n+2)}{2} \tag{33}$$

Таким образом видно, что ряд простых и составных из простых сомножителей чисел однозначно сопоставляется с рядом натуральных чисел.

5.2. Для вывода формул, описывающих распределение простых чисел на числовой оси, необходимы обратные величины простых чисел : $1/p_i$.

Назовем ряд , составленный из обратных величин простых и составных из простых сомножителей чисел - квазигармоническим, т.к. каждый член этого ряда равен половине суммы предыдущего и последующего членов не точно, а - приближенно. Тогда, аналогично предыдущему рассуждению представим в виде равенства суммы гармонического (из обратных натуральных целых чисел) и квазигармонического ряда:

$$\sum_1^n \frac{1}{n} = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{p_i} + G \tag{34}$$

Где G - постоянная, которую необходимо найти, чтобы использовать в дальнейшем с математическими возможностями этого равенства.

Постоянная G была найдена двумя способами:

- непосредственный подсчет разности указанных рядов;
- используя выведенную формулу для G через постоянную h :

$$G = \sum_1^k \frac{a}{(8k-7)(8k-7-a)} + \sum_1^k \frac{b}{(8k-6)(8k-6+b)} + \sum_1^k \frac{c}{(8k-5)(8k-5+c)} + \sum_1^k \frac{d}{(8k-4)(8k-4+d)} + \sum_1^k \frac{e}{(8k-3)(8k-3+e)} + \sum_1^k \frac{f}{(8k-2)(8k-2+f)} + \sum_1^k \frac{g}{(8k-1)(8k-1+g)} + \sum_1^k \frac{h}{8k(8k+h)} \quad (35)$$

где: $a = 3,25h$, $b = 3,5h$, $c = 1,75h$, $d = 2h$, $e = 0,25h$, $f = 0,5h$,
 $g = 2,75h$, $h = h$.
 $n = k \times 8$, $k = 1,2,3,\dots$

Значение постоянной G определено расчетным путем для $n = 20\,000$ двумя способами:

а) по фактически полученной разности сумм указанных рядов

$$G = 0,783346 \quad (36)$$

б) по точной формуле

$$G = 0,7834057 \quad (37)$$

Ошибка в определении G двумя способами составила $\eta = 59 \times 10^{-6}$ (для -а)).

Здесь же экспериментально получено подтверждение отношения количества простых и составных из простых сомножителей чисел к количеству чисел натурального ряда для заданного $x \leq X$ равное $h = 0,26666\dots$. Для $n = 16\,000$:

$$\frac{\sum_1^{16 \cdot 10^3} \frac{1}{p} + h \cdot G}{\sum_1^{16 \cdot 10^3} \frac{1}{n}} = \frac{2,5264492 + 0,2088921}{10,25753} = 0,26666\dots = h \quad (38)$$

5.3. Сумма гармонического ряда находится по формуле Л. Эйлера [3]:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_1^n \frac{1}{n} - \ln(n+1) \right) = C \quad (39)$$

где: $C = 0,577215\dots$ - постоянная Эйлера для гармонического ряда чисел.

Используя полученную формулу (34) и рассчитанную постоянную $G = 0,7834057\dots$

выразим сумму квазигармонического ряда $\frac{1}{h} \sum_1^n \frac{1}{p_i}$ через формулу Эйлера:

$$\frac{1}{h} \sum_{i=1}^n \frac{1}{p_i} = \ln(n+1) + C - G = \ln(n+1) + g \quad (40)$$

где $g = C - G = -0,2061907\dots$. Эта постоянная играет ту же роль, что и постоянная Эйлера, но только в сравнении логарифма n с суммой квазигармонического ряда.

На рисунке 7 представлен график изменения исследованных рядов и логарифма $\ln(n+1)$:

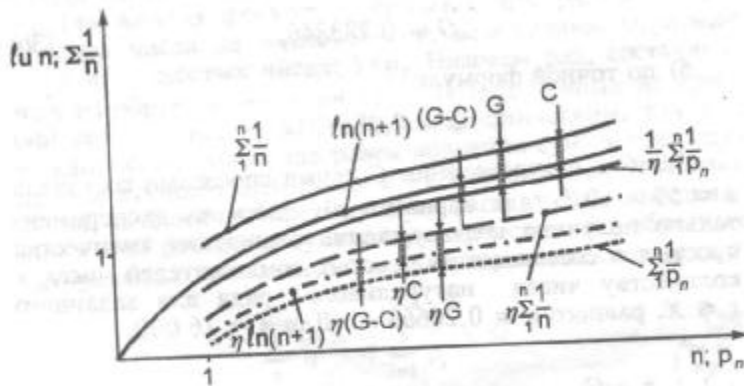


Рис. 7.

рис. 7

VI. ФОРМУЛА И АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА СОСТАВНЫХ ЧИСЕЛ, КОЛИЧЕСТВА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ В РЯДУ $Q(x)$

6.1. Ряд простых чисел $p(x)$ и составных чисел $q(x)$ представляется законом обратной связи (14):

$$Q(x) = p(x) + q(x)$$

Здесь $q(x) = q_c(x) - q_{cn}(x) + q_{пер.}(x)$ (41)

$q_c(x)$ -составные из простых сомножителей числа;

$q_{cn}(x)$ -составные повторные числа;

$q_{пер.}(x)$ - числа, исключаемые из составных повторных чисел, являющиеся «пересечением», коммутацией составных повторных чисел.

В качестве метода нахождения указанных чисел использован искусственный прием коммутации чисел: ряд $Q(x)$ перемножается с таким же рядом $Q(x)$ с образованием всех возможных сочетаний. На рисунке 8 представлены полученные таким образом

составные числа в виде $\int \frac{1}{x} dx$, повторные составные в виде вертикальных и

горизонтальных линий и - числа «пересечения», образованные пересечением горизонтальных и вертикальных линий.

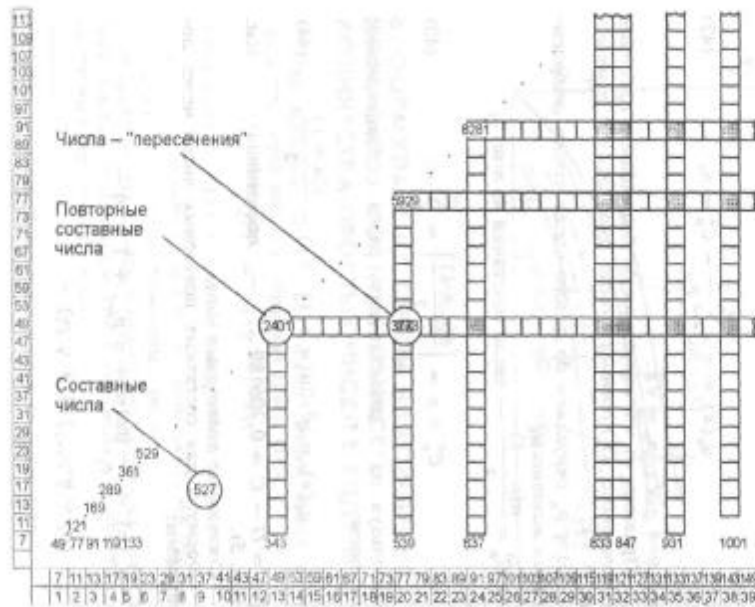


Рис. 8.

рис. 8. (Начало...)

6.2. Составные числа

$$q_c(x) = h \cdot x \sum_{1}^n \frac{1}{p_n} - C_n^2 - n \quad (42)$$

где $n = h \cdot \sqrt{x}$, $p_n = \sqrt{x}$

Правило: а) \sqrt{x} округляем до ближайшего простого (составного из простых) числа ряда $Q(x)$ с условием $p_n \leq \sqrt{x}$.

б) $h \cdot p_n$ округляем до целого числа путем **отбрасывания** мантиссы.

$$C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2} - \text{число сочетаний из } n \text{ по } 2.$$

$$C_n^2 + n = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right) = \sum_{1}^n n \quad (43)$$

Используя из предыдущего V раздела связь рядов с логарифмами, запишем:

$$q_c(x) = h^2 x \{ \ln(n+1) - g \} - \frac{n(n+1)}{2} \quad (44)$$

$|g| = G - C = 0,206189\dots$ - постоянная (см. раздел V).

6.3. Составные повторные числа

Формула для составных повторных чисел через логарифмы:

$$q_{cn}(x) = \frac{h^2 x}{p_i} \{ \ln(n_i + h \cdot p_{i-1} + 1 - g) \} - (n_i + h \cdot p_{i-1})(1 + h \cdot p_i) - \frac{h^2 x}{p_i} \{ \ln(h \cdot p_{i-1} + 1) - g \} + h \cdot p_{i-1} \quad (45)$$

Правило: *Количество слагаемых (логарифмов в (45)) определяется:*

$$n_i = \frac{h \cdot x}{p_i p_i} \geq h \cdot p_i, \quad \text{даже при равенстве - этот член уже}$$

отсутствует.

6.4. Пересечения составных чисел, $q_{\text{пер.}}(x)$.

$$q_{\text{пер.}}(x) = \frac{h \cdot x}{p_i \cdot p_j} \sum_1^n \frac{1}{p_n} - n - h \cdot p_i \cdot p_j \sum_1^{n_k} \frac{1}{p_k} \quad (46)$$

$$n = h \cdot p_n = h \cdot \sqrt{\frac{x}{p_i p_j}},$$

$$p_k \in 7, 11, 13, 17, \dots, \quad n_k \gg h \cdot \sqrt{p_i p_j}.$$

Для всех пересечений характерно максимальное число пересечений, равное (именно число, но не n). Округление - до ближайшего составного числа.

Функция (46) - через логарифмы:

$$q_{\text{пер.}}(x) = \frac{h^2 x}{p_i p_j} \{ \ln(n+1) - g \} - n - h^2 p_i p_j \{ \ln(n_k + 1) - g \} \quad (47)$$

6.5. Общая формула для нахождения количества простых чисел меньших заданного x .

$$p(x) = h \cdot x - h^2 x \{ \ln(n+1) - g \} + \frac{n(n+1)}{n} + \sum_1^{n_i} \left\{ \frac{h \cdot x}{p_i} [\ln(n_i + n_{i-1} + 1) - g] - (n_i + n_{i-1})(1 + h \cdot p_i) - \right.$$

$$\left. - \frac{h^2 x}{p_i} \{ \ln(n_{i-1} + 1) - g \} - n_{i-1} \right\} -$$

$$\sum_1^{n_{i,j}} \left\{ \frac{h^2 x}{p_i p_j} [\ln(n_{i,j} + 1) - g] - n_{i,j} - h^2 p_i p_j [\ln(n_k + 1) - g] \right\} \quad (48)$$

где: $n = h\sqrt{x}$, $g = 0,206189$, $n_i = \frac{h \cdot x}{p_i p_j} \geq n_{i-1} = h \cdot p_{i-1}$,

$$n_{i,j} = h \cdot p_{n_{i,j}} = h \sqrt{\frac{x}{p_i p_j}}, \quad n_k = h \sqrt{p_i p_j}.$$

VII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

7.1. Автором предложен новый математический инструмент в теории чисел:

- матрица 4 на 6 элементов, образованная окончаниями (3, 1, 9, 7) для 4-х столбцов и инвариантами (1, 2, 4, 5, 7, 8) для 6-и строк, выявляющая периодичность изменения как самих простых чисел в матрице, так и - периодическое повторение свойств матрицы на 24 простых числа с периодом $T = 90$.

7.2. Впервые обнаружено в поведении простых чисел в натуральном ряду их закономерное периодическое изменение: сведение бесконечного к конечному путем выявления периодичности.

7.3. Доказано, что простых чисел и чисел, являющихся производными от простых чисел путем их комбинаторного перемножения, в натуральном ряду составляет 26,666%.

7.4. Выявление периодичности простых чисел позволило найти постоянные простых чисел:

$b = 24$ - постоянная матрицы,

$$h = \frac{b}{T} = \frac{24}{90} = 0,2666... \text{ структурная постоянная простых чисел.}$$

7.5. Открыт Закон динамического сохранения относительных величин простых и составных из простых сомножителей чисел для открытых (развивающихся) систем, коими и являются числа:

$$P_o(x) + Q_o(x) = h = const$$

Математически данный закон определяет обратную связь простых и составных чисел, осуществляет регулирование их взаимного количества при непрерывном их «развитии» - возрастания их количества.

7.6. Открытый новый Закон для простых чисел позволяет проводить теоретические исследования распределения простых чисел и составных из простых чисел на примере приближенных соотношений (например, функция распределения Чебышева).

Так, например, используя экспериментальные данные по нахождению простых чисел до $x = 6000$ и формулу Чебышева - удалось показать, что отношение простых чисел к составным числам в диапазоне простых чисел количеством равным 666, включая последнее число 4999, обратно пропорционально их отношению в диапазоне простых чисел, превышающих их количество, равное 666.

«Точка равновесия» (количественное равенство) количества простых и составных из простых чисел приходится на 56 период повторения матриц с количеством чисел, равным 24: $p(x) = q(x) \approx 666$

7.7. На основании периодичности «в малом», наличия закона обратной связи простых чисел с составными, обратно пропорциональной зависимости отношений чисел и бесконечности множества чисел показано периодическое изменение развития чисел на числовой оси в «бесконечности», другими словами - доказано спиральное

периодическое развитие чисел при увеличении их количества.

7.8. Для нахождения количества составных чисел из простых без повторений себе подобных найден Ромбический алгоритм нахождения составных чисел, включающий в себя алгоритм построения треугольника Паскаля для биномиальных коэффициентов.

7.9. Доказана счетность, т.е. однозначное сопоставление ряда простых и составных чисел натуральному ряду чисел: теперь, любое простое или составное из простых число, умноженное на структурную постоянную $h = 0,26666\dots$ (с отбрасыванием без округления мантиссы) дает порядковый номер данного числа в ряду простых чисел. Используя полученные в данной работе свойства простых и составных из простых чисел теперь можно сразу определить, к какому классу чисел оно принадлежит.

7.10. Определен квазигармонический ряд простых чисел и выражен через логарифмы, в частности сопоставлены суммы гармонического ряда натуральных чисел, логарифма и суммы квазигармонического ряда.

Введены новые константы для квазигармонического ряда:

$G = 0,7834057\dots$ и $g = G - C = 0,2061907\dots$, где $C = 0,577215\dots$ - постоянная Эйлера.

7.11. Представлены формула и алгоритм для приближенного нахождения количества простых чисел путем нахождения количества составных чисел, повторных составных чисел и т.н. пересечений- повторных коммутаций составных чисел между собой.

7.12. Показано, что причина и следствие могут быть разнесены во «времени» на очень большие величины, что порой не дает увидеть управление сложностью и многообразием в Природе, заложенное в микрокосме.

Управление процессами (любыми) в большом закладывается в малом.

7.12. Впервые находят объяснение т.н. магические и мистические числа:

число семь (7) является *первым* числом выявленного ряда простых и составных из простых чисел:

- число 12 - является половиной количества чисел в первой (и других) матрице, при котором функция распределения достигает максимума числа простых чисел в одной матрице,

- число 13 соответствует первому составному числу $49 = 7 \times 7$;

- число 666 характеризует точку равновесия - равенства количества простых и составных чисел при общем количестве простых и составных чисел 1334;

- число 56 характеризует количество ячеек в решетке, в узлах которой расположена матрица из 24 чисел простых и составных,

- число 56 характеризует количество периодов матрицы в 24 числа с периодом следования $T = 90$ чисел, при котором наступает точка равновесия.

И так можно продолжать, видимо, очень долго. В заключение хочется привести слова естествоиспытателей природы, выдающихся физиков П.А.М. Дирака и В. Комарова:

«...Значит, есть возможность, что древняя мечта философов связать всю Природу со свойствами целых чисел будет когда-нибудь осуществлена.... Разработка этой идеи приведет к связи между атомной физикой и космологией.» [10];

«...Для подобных прогнозов есть определенные основания. Например, замечено, что статистическое распределение в струне фермионов, элементарных частиц с полуцелым спином, эквивалентно статистическому распределению простых чисел в натуральном ряду. Возникает потрясающая идея: не отражает ли поведение чисел натурального ряда и многие другие свойства окружающего нас мира?» [11].

В заключение всей работы хочу подчеркнуть общий вывод данного исследования:

Впервые доказана адекватность абстрактного математического мышления человека процессам в Природе на основании экспериментальных исследований фундамента математики - периодической закономерности изменения простых чисел в натуральном ряде чисел.

Литература:

1. Демьянов В.П. Рыцарь точного знания. - М.: Знание, 1991. (Творцы науки и техники).
2. Виноградов И.М. Основы теории чисел. -М.: «Наука», 1981 (Физ. - мат. Литература).
3. Математический энциклопедический словарь. Под ред. Прохорова Ю.В. М.: Советская энциклопедия», 1988.
4. Чебышев П.Л. Полное собрание сочинений. - Т. 1 - 5 . - М.:- Л.,1944 - 1951.
5. Неопубликованные материалы Л. Эйлера по теории чисел. Под ред. д-ра фил. наук Н.И. Невской. РАН, Институт истории естествознания и техники . Санкт - Петербург. «НАУКА», 1997
6. L.E. Dickson. History of the theory of Numbers? Vol. 1.стр. 435 -440;
7. E. Landau. Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen, Bd. 1;
8. И.И. Иванов. О некоторых вопросах, находящихся в связи со счетом простых чисел. СПб. 1901.
9. А.П. Винниченко. Простые числа, математическая статистика и ... ЭВМ. «КВАНТ». Изд. «НАУКА», № 8, 1988.
10. П. А. М. Дирак, К созданию квантовой теории поля. Москва, Наука, 1990
- 11.. В. Комаров. Физика и культура. «Знание- сила», № 6, 1987.

