# ВЕКТОРНЫЙ МАГНИТНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ КАК СКОРОСТЬ ВРАЩЕНИЯ ЗАРЯДА

Д.т.н., проф. В.Эткин

Установлена связь векторного магнитного потенциала с угловой скоростью вращения заряженных частиц и с работой, совершаемой при этом магнитным полем. Показано, что магнитный потенциал прямого провода можно рассматривать как предельный случай кругового тока. Вскрыто единство векторного магнитного потенциала со скалярными и векторными потенциалами других степеней свободы системы

**Введение.** В современной физике существует точка зрения, согласно которой векторный (магнитный) потенциал следует рассматривать как вспомогательную величину, не допускающую ввиду его неоднозначности прямого измерения [1]. Отсутствие способа измерения величины векторного потенциала и возможности освободиться от его неоднозначности породила настороженное отношение к нему в электротехнике и радиотехнике, избегающих его применения. Неоднократно предпринимались попытки устранения этой неоднозначности путем наложения на векторный потенциал дополнительных условий, называемых калибровками. Известны калибровки Кулона, Пуанкаре, Лоренца, Ландау, Лондонов, Вейля, Фока — Швингера и т.п. [2]. Тем не менее до сих пор преобладает мнение, что векторный потенциал магнитного поля есть чисто вспомогательное математическое понятие, не имеющее какого-либо физического смысла. Остается неясной и связь этого потенциала с работой, производимой магнитным полем, хотя именно от этого потенциала зависит силовое взаимодействие токонесущих систем. К тому же введен он был в своё время Ампером именно на основе наблюдения именно силового взаимодействия в таких системах.

Целью настоящей статьи является трактовка этого понятия с нетрадиционных позиций энергодинамики как наиболее общей теории, установившей единство явно различимых сил и совершаемых ими работ [3].

**1. Смысл векторного потенциала**. Известно, что векторный (магнитный) потенциал $\mathbf{A}$ токов $\mathbf{j}_e$, произвольным образом распределенных в объеме $V$ среды с электрической проницаемостью $\varepsilon_o$ на расстоянии $r$ от источника, определяется выражением [4]:

$$\mathbf{A} = (1/4\pi\varepsilon_o c^2) \int (\mathbf{j}_e/r)dV. \qquad (1)$$

Плотность тока $\mathbf{j}_e$ определяется в электродинамике произведением плотности электрического заряда $\rho_e$ на скорость его перемещения $\mathbf{v}_e(\mathbf{r})$. Эта скорость различна в разных точках системы, т.е. является функцией радиус-вектора $\mathbf{r}$ точки поля скоростей электронов. Однако если вынести за знак интеграла некоторую среднюю её величину $\mathbf{v}_e$ и учесть, что подынтегральное выражение в этом случае представляет собой скалярный потенциал φ в точке, удаленной от центра распределения заряда *З* на расстояние $r_e$ , придем к известному выражению векторного потенциала в этой точке (Р. Фейнман) [4]:

$$\mathbf{A} = \varphi\mathbf{v}_e/4\pi\varepsilon_o c^2. \qquad (2)$$

Физический смысл потенциала $\mathbf{A}$, найденного таким образом, остается неясным, особенно если учесть зависимость скорости $\mathbf{v}_e$ от системы её отсчета. Чтобы уйти от этой неоднозначности, представим для конкретности, что мы имеем дело с соленоидом, расстояние до оси которого равно $r$. Тогда тангенциальная скорость заряда $\mathbf{v}_e = \boldsymbol{\omega}_e\times\mathbf{r}_e$, так что после представления радиус-вектора $\mathbf{r}_e$ в виде произведения его модуля $r_e$ на единичный вектор $\mathbf{e}$, вместо (1) можем написать:

$$\mathbf{A} = (1/4\pi\varepsilon_o c^2) \int \rho_e \boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{e}\, dV. \qquad (3)$$

Выносся постоянную величину $\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{e}$ за знак интеграла, получаем окончательно:

$$\mathbf{A} = \mathit{З}\ \boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{e}/4\pi\varepsilon_o c^2, \ \text{(Н/А)} \qquad (4)$$

где $\mathit{З}=\int\rho_e dV$ – суммарный заряд, движущийся в обмотке соленоида. Судя по «размерности» (единицам измерения), магнитный потенциал представляет собой силу (Н), действующую на единичный ток $J_e$ (А).

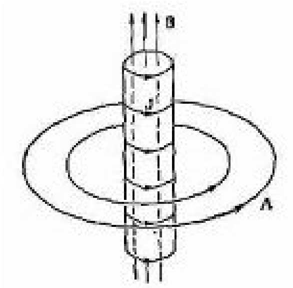
*Рис.1*. Поле соленоида

В то же время выражение (4) раскрывает смысл потенциала **A** как вектора, пропорционального угловой скорости вращения элемента тока в обмотке соленоида и совпадающего по направлению с этим током (рис.1). Этот результат отличается от трактовки векторного потенциала в электродинамике простотой своего физического смысла, что делает более доступным его использование в электротехнике и радиотехнике.

**2. Виды работ, связанных с векторным потенциалом**. Выясним теперь, с какой величиной сопряжен векторный потенциал. С этой целью рассмотрим основное тождество энергодинамики

$$d\text{Э}(\Theta_i,\mathbf{r}_i) = \Sigma_i \Psi_i d\Theta_i - \Sigma_i \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{R}_i - \Sigma_i \mathbf{M}_i \cdot d\boldsymbol{\varphi}_i\,, \qquad (5)$$

где $\text{Э}(\Theta_i,\mathbf{R}_i,\boldsymbol{\varphi}_i)$ – энергия системы, рассматриваемая как функция координат всех возможных в неоднородной системе процессов; $\Psi_i \equiv (\partial\text{Э}/\partial\Theta_i)$ – обобщенные потенциалы типа типа абсолютной температуры, давления, химического, электрического и т.п. потенциала; $\mathbf{F}_i \equiv -(\partial\text{Э}/\partial\mathbf{R}_i)$ – обобщенные силы в их обычном (ньютоновском) понимании; $\mathbf{M}_i \equiv -(\partial U/\partial\boldsymbol{\varphi}_i)$ – обобщенные моменты этих сил; $\Theta_i$ – обобщенные координаты состояния системы типа энтропии S, объема $V$, числа молей $k$-х веществ $N_k$, заряда $\mathit{З}$, импульса **P**, его момента **L** и т.д.

Начнем с первой суммы этого выражения, которая описывает виды работ, не нарушающих пространственной однородности системы. К ним относятся работа всестороннего сжатия системы, равномерного ввода в систему $k$-х веществ, заряда, тепла (энтропии)[1), ускорения тела как целого в его поступательном и вращательном движении, и т.п. [3]. Следовательно, при рассмотрении процесса ускорения носителей электрического заряда $\mathit{З}$ в системе как целом вопрос сводится к нахождению аналога момента инерции тела $L$.

Подобно работе ускорения вращательного движения $đW_\omega = \boldsymbol{\omega}\cdot dI\boldsymbol{\omega}$ тела, обладающего определенным моментом инерции $I$ и угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}$, работа ускорения свободных электронов также может быть выражена произведением угловой скорости вращения электронов $\boldsymbol{\omega}_e$ на изменение момента импульса заряда $\mathbf{L}_e = I_e\boldsymbol{\omega}_e$

$$đW_e = \boldsymbol{\omega}_e \cdot d\mathbf{L}_e. \qquad (6)$$

где $I_e$ – момент инерции заряда массой $M_e$. Этот момент можно определить тем же способом, что и момент инерции твердого тела массой $M$, заменив в обычном выражении момента импульса **L** массу тела массой заряда $M_e$ [2)].

---

1) В энергодинамике теплообмен также отнесен к категории неупорядоченных работ в связи с невозможностью однозначного деления энергообмена в открытых системах на теплоту и работу.

2) Последнюю можно найти, зная величину заряда $\mathit{З}$, молярную массу данного ($k$-го) вещества $\mu_k$ [кг/моль] и число Фарадея $F$ [Кл/моль]: $M_e = \mathit{З}\mu_k/\text{F}$ [кг].

Единство выражения (6) с другими видами работ, входящих в первую сумму (5) становится более очевидным, если учесть скалярный характер работы $đW_e$ и выразить её через модуль векторного потенциала $|\mathbf{A}| = \omega_e$ угловой скорости электронов и модуль момента импульса $|\mathbf{L}_e| = I\omega_e$:

$$đW_e = I_e d\omega_e^2/2. \qquad (7)$$

Таким образом, векторный магнитный потенциал $\boldsymbol{\omega}_e$ может быть определен тем же выражением, что и любой другой обобщенный потенциал $\Psi_i$ :

$$\mathbf{A} \equiv (\partial Э/\partial \mathbf{L}_e). \qquad (8)$$

Следует особо подчеркнуть, что магнитный потенциал, введенный таким образом, полностью определен, поскольку угловая скорость и момент импульса $\mathbf{L}_e$ определяются единственным образом, а частная производная (8) находится в условиях постоянства всех других переменных состояния рассматриваемой системы $\Theta_j$ ($j \neq i$). Это является серьёзным преимуществом предлагаемого определения магнитного потенциала перед формально-математическим введением этого понятия в электродинамике как величины, ротор которой определяет не менее условную величину магнитной индукции $\mathbf{B} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$.

Рассмотрим теперь смысл других членов уравнения (5) в его приложении к электрическим явлениям. Предположим, что заряд $З$ и его импульс $\mathbf{P}_э = З\mathbf{v}_э$ , равно как и другие координаты $\Theta_i$, распределены в веществе неравномерно. Тогда их центры оказываются смещенными относительно равновесного положения на величину $\Delta\mathbf{r}_e$ и $\Delta\mathbf{r}_э$, вследствие чего возникают моменты их распределения $\mathbf{Z}_e = З\Delta\mathbf{r}_e$ и $\mathbf{Z}_э = З\mathbf{v}_э\Delta\mathbf{r}_э$ [3]. Отклонение системы от состояния равновесия требует приложения определенных сил $\mathbf{F}_i$, которая также может быть найдена из тождества (5) и выражена через градиенты обобщенных потенциалов $\mathbf{F}_i = -\Theta_i\mathrm{grad}\Psi_i$. Таким образом, члены 2-й суммы (5) также характеризуют работу. Однако это работа иного рода, которая в отличие от работ, характеризуемых членами 1-й суммы (5) нарушает равновесие в системе даже при квазистатическом (бесконечно медленном) их протекании. Таковы, например, работа поляризации диэлектрика, диссоциации растворов (разделения электрически нейтральных молекул на ионы) или ионизации газов. Совершается такая работа и в электростатических генераторах Ван де Графа, где разделение зарядов происходит на противоположных поверхностях вращающегося диска, а также в униполярных генераторах Фарадея, где оно осуществляется на центральных и периферийных участках проводящего намагниченного диска. Эта работа в термодинамике именуется обычно полезной или технической. Если всем потенциалам 1-й суммы (5), в том числе магнитному потенциалу $\mathbf{A}$ придать скалярную форму $\Psi_м = \omega_e$, то магнитная сила $\mathbf{F}_м$ приобретет тот же смысл, что и любая другая термодинамическая сила, т.е.

$$\mathbf{F}_м = -L_e\,\mathrm{grad}\Psi_м. \qquad (9)$$

Согласно (4), эта сила исчезает в точках пространства, где $\boldsymbol{\omega}_e = \mathrm{const}$, например, вокруг соленоида, хотя сам магнитный потенциал $\mathbf{A}$ может быть отличен от нуля (рис.1).

Существование магнитной силы $\mathbf{F}_м$ проливает новый свет на природу взаимодействия вращающихся тел. Поскольку свободные электроны вращаются с той же скоростью $\boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega}$, между электронейтральными телами, вращающимися с различной угловой скоростью, может возникнуть аксиальная (осевая) магнитная сила $\mathbf{F}_м$ , названная в [5] «гироскопической». Эта сила вызывает притяжение или отталкивание вращающихся электрически нейтральных тел и имеет магнитную природу. В более общем случае (с учетом векторной природы магнитного потенциала $\boldsymbol{\omega}_e$ магнитная сила $\mathbf{F}_м$ является тензором 2-го ранга, который содержит дополнительно вихревую составляющую, порождающую обмен «завихренностью» и потому названную в [5] «торсионной».

Поскольку магнитный потенциал $\boldsymbol{\omega}_e$ , определяемый выражением (2), не зависит от радиуса вращающегося тела, появление таких сил возможно у любых элементарных заряженных частиц, сколь бы малыми ни были их размеры. При этом сила взаимодействия оказывается пропорциональной величине заряда *З* частицы и градиенту угловой скорости его вращения, ослабевая в вязких средах с расстоянием по мере его снижения этой скорости. Переносчиком взаимодействия при этом может стать любая промежуточная среда, взаимодействующая с электронами вещества и способная к передаче вращательного движения, в том числе эфир, наделенный отличной от нуля вязкостью. Ослаблению взаимодействия вращающихся тел способствует также прецессия вращающихся тел, благодаря которой с увеличением расстояния гироскопическая и торсионная силы действуют на увеличивающуюся площадь. Реальность таких сил, как и самого векторного потенциала **A**, подтверждается эффектом Ааронова-Бома (1960) [1], который состоит в изменении интерференционной картины в двухщелевом эксперименте с потоками электронов при включении и выключении миниатюрного соленоида, находящегося вне траектории их движения и потому не способного создать на их пути электрического и магнитного полей ($\mathbf{E},\mathbf{B} = 0$).

Выясним теперь смысл членов 3-й суммы (5). Если в членах 2-й суммы (5) изменялся лишь модуль вектора смещения $\Delta\mathbf{r}$, то в них, напротив, изменялась именно ориентация в пространстве этого вектора. Это происходит, например, в катушке соленоида, где скорость электронов $\mathbf{v}_э$ остается неизменной по длине проводника, и изменяется лишь её направление. Такая его «переориентация» проявляется не только в телах вращения (прецессия), но и в телах с анизотропией формы (где также вектор $\Delta\mathbf{r} \neq 0$). Возникает она и во всех случаях изменения направления тока, вследствие чего в соленоиде вектор $\Delta\mathbf{r}_э$ вращается). В этом отношении ток в прямом проводнике следует рассматривать как предельный случай вращения вокруг оси, удаленной от него на бесконечное расстояние ($r = \infty$).

Уже самый простейший опыт с металлическими опилками, ориентирующимися по касательной к окружности, проведенной вокруг прямого проводника с постоянным током, показывает, что на них, как и на стрелку компаса, действует не сила, а ориентационный момент, поскольку их перемещение вдоль силовых линий магнитного поля отсутствует. Такой момент $\mathbf{M}_i$ отличается от крутящего тем, что исчезает при совпадении его направления с направлением пространственного угла $\boldsymbol{\varphi}_i$, образованного вектором смещения $\Delta\mathbf{r}_i$ или направлением собственного магнитного момента объекта его воздействия (например, железных опилок). Вихревая природа магнитного поля (выражаясь точнее, «электродинамического» поля моментов) подчеркивается тем обстоятельством, что магнитное поле направлено всегда по нормали к току, и потому может вызвать только изменение его направления, но не величины. Отсюда следует, что так называемая магнитная составляющая силы Лоренца – лишь одна из пары сил, действующих на разделенные в пространстве разноименные движущиеся в противоположных направлениях заряды и образующих ориентационный момент [6]. Это и подчеркивают члены третьей суммы (5).

Понимание магнитного поля как поля моментов $\mathbf{M}_e$ проливает новый свет на процессы в соленоидах. В них плотность заряда $\rho_e$, как и плотность тока проводимости $\mathbf{j}_e$, отличны от нуля только на радиусе обмотки $r$, т.е. оказываются смещенными относительно центра соленоида. Вследствие этого любой элементарный заряд $\rho_e dV$ оказывается удаленным от оси соленоида на расстояние $r$, так что любой элемент заряда $\rho_e dV$ образует элементарный момент его распределения $đ\mathbf{Z}_e = \rho_e \mathbf{r}_e dV$. Вектор $\mathbf{Z}_e$ непрерывно меняет свою ориентацию в пространстве (пространственный угол $\boldsymbol{\varphi}_e$) при движении элементарного заряда. Такое вращение момента распределения заряда происходит с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_e = d\boldsymbol{\varphi}_e/dt$ под действием крутящего момента $\mathbf{M}_e$, который в соответствии с выражением (5) равен производной от энергии системы *Э* по упомянутому углу $\boldsymbol{\varphi}_e$:

$$\mathbf{M}_e = (\partial Э/\partial \boldsymbol{\varphi}_e). \qquad (9)$$

Этот момент направлен в ту же сторону, что и угловая скорость $\boldsymbol{\omega}_e = d\boldsymbol{\varphi}_e/dt$. Он и совершает работу поворота рамки с током, связанную, в частности, с преодолением сил реакции роторов электродвигателей. Характерно, что само магнитное поле при этом не перемещается – оно лишь порождает пару противонаправленных сил, зависящих от направления поля и действующих не по одной прямой. Эти силы всегда направлены по нормали к электрическому току и своим характеристикам тождественным магнитной составляющей силы Лоренца [6].

Покажем теперь, что из двух характеристик магнитного поля – **A** и **B** – первично именно понятие векторного потенциала **A**, а не магнитной индукции **B**. С этой целью рассмотрим магнетик, у которого в процессе намагничивания образуется диполь из полюсов противоположного знака (северных и южных) с «магнитными массами» $\Theta_м^-$ и $\Theta_м^+$ и плечом $\Delta\mathbf{r}_м$. Образование этого магнитного диполя обусловлено смещением полюсов от их начального (равновесного) положения в противоположных направлениях на величину $\Delta\mathbf{r}_м^- = -\Delta\mathbf{r}_м^+$. В результате этого образуется момент распределения $\mathbf{Z}_м$ связанных зарядов $\mathbf{Z}_м = \Theta_м^-\Delta\mathbf{r}_м^- + \Theta_м^+\Delta\mathbf{r}_м^+$. Этот момент, будучи отнесенным к единице объема магнетика, тождественен по смыслу вектору магнитной индукции **B**, что подтверждается выводом на основе тождества (5) уравнений Максвелла [3]. Однако в магнетиках этот момент отличен от нуля ввиду одинаковости знака слагаемых $\Theta_м^-\Delta\mathbf{r}_м^-$ и $\Theta_м^+\Delta\mathbf{r}_м^+$. В результате у них $\nabla\cdot\mathbf{Z}_м$ в общем случае $\nabla\cdot\mathbf{B}$ может не равняться нулю даже при однородном намагничивании, когда в сумме $\Theta_м^- + \Theta_м^+ = 0$ [7]. Это обстоятельство отличает уравнения Максвелла для вещества и для поля. В таком случае вектор индукции $\mathbf{B} \neq \mathrm{rot}\mathbf{A}$ и не может служить основанием для традиционного формально-математического введения понятия магнитного потенциала **A**. Известно, в частности, что на достаточном удалении от токов магнитное поле **B** может быть найдено как градиент магнитного потенциала [4], как это и следует из выражения (9). Следовательно, вопреки традционным представлениям первично именно понятие векторного потенциала **A**.

Подводя итог, можно заключить, что при дедуктивном подходе (от общего к частному) магнитный потенциал приобретает единый с другими обобщенными потенциалами смысл, единое аналитическое выражение и единое функциональное назначение. Кроме того, при таком подходе удается получить аналитические выражения всех видов работы, связанных с магнитным потенциалом. Это позволяет дать более детальный анализ процессов, протекающих с участием неподвижных и движущихся зарядов.

## Литература


1. Физическая энциклопедия, Т.1, 1988
2. *Фейнберг Е.Л.* Об «особой роли» электромагнитных потенциалов в квантовой механике, УФН, т.78, в.1, 1962
3. *Эткин В.А.* Энергодинамика (синтез теорий переноса и преобразования энергии) – СПб.; «Наука», 2008.- 409 с.
4. *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1977.- Т.5,6.
5. *Эткин В.А***.** О взаимодействии вращающихся тел. http://www.sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12439.html. 13.12.2012.
6. *Эткин В.А*. Вывод выражения силы Лоренца из уравнений Максвелла (Conclusion of the Lorentz force expression). http://viXra.org/abs/1208.0013.04.08.2012.
7. *Эткин В.А***.** Термодинамический вывод уравнений Максвелла. http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/12282.html .11.10.2012.