

Фотон - строение и свойства .

«Люби истину, но будь снисходителен к заблуждениям.»
Вольтер

Вместо введения приведем результаты усилий наших великих предков, а именно, запишем уравнения Максвелла в дифференциальной форме.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial t} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= j_x + \frac{\partial D_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j_y + \frac{\partial D_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j_z + \frac{\partial D_z}{\partial t} \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial B_x}{\partial t} &= \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}, \\ -\frac{\partial B_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x}, \\ -\frac{\partial B_z}{\partial t} &= \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y}. \end{aligned} \right\} (2)$$

$$B = \mu\mu_0 H; D = \varepsilon\varepsilon_0 E$$

Теперь конкретизируем задачу (правильнее было бы сказать — упростим).

1. Среда — однородный, изотропный диэлектрик. Это означает, что *токи проводимости отсутствуют*: $j_x = j_y = j_z = 0$.
2. Будем рассматривать поля \vec{E} и \vec{H} , зависящие только от одной координаты x и времени t . Это *одномерная задача*.

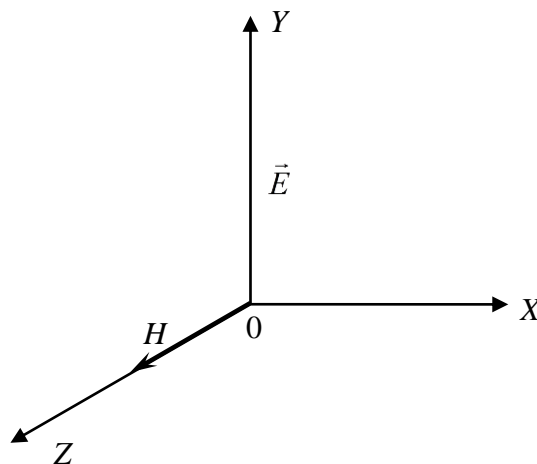


Рис.1

Для этого конкретного случая уравнения Максвелла (1) и (2) можно упростить и записать в таком виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D_y}{\partial t} &= -\frac{\partial H_z}{\partial x}, & \frac{\partial D_z}{\partial t} &= -\frac{\partial H_y}{\partial x}, \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} &= -\frac{\partial E_z}{\partial x}, & \frac{\partial B_z}{\partial t} &= -\frac{\partial E_y}{\partial x}. \end{aligned} \right\} (3)$$

Эти уравнения означают, что изменяющееся во времени электрическое поле D_y рождает магнитное поле H_z , направленное вдоль оси z . Переменное магнитное поле B_y является источником электрического поля, меняющегося вдоль оси z . И так далее. В любом случае эти поля — \vec{H} и \vec{E} — перпендикулярны друг другу.

Примем, для определенности, что электрическое поле направлено вдоль оси y ($E = E_y$, $E_z = 0$), а магнитное — вдоль оси z ($H = H_z$, $H_y = 0$). Тогда последняя система четырех уравнений упростится до двух:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D}{\partial t} &= -\frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= -\frac{\partial E}{\partial x} \end{aligned} \right\} (4)$$

Первое из этих уравнений продифференцируем по времени t , а второе — по координате x :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} &= -\frac{\partial^2 H}{\partial x \cdot \partial t}, \\ \mu\mu_0 \frac{\partial^2 H}{\partial x \cdot \partial t} &= -\frac{\partial^2 E}{\partial x^2}. \end{aligned} \right\} ;(5)$$

Сравнивая эти два уравнения, приходим к замечательному выводу:

$$\varepsilon_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu\mu_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}; (6)$$

Или еще понятнее:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu\mu_0\varepsilon_0} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}. ;(7)$$

Это *дифференциальное волновое уравнение*. Частным его решением является волна. Таким образом, решая совместно уравнения Максвелла, мы пришли к выводу, что в однородной изотропной среде электрические (и магнитные!) поля распространяются в виде электромагнитной волны, вопрос лишь в том, а всегда ли только в виде волны?! Далее мы ответим на этот вопрос, а пока следуем академическим выкладкам.

Роль скорости в этом уравнении (6) играет величина

$$v = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

Здесь $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \sqrt{\frac{1}{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$ — скорость электромагнитной волны в вакууме ($\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$).

Это значение — $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, как известно, великолепно подтверждается экспериментом.

Подобное уравнение можно получить и для магнитной составляющей волны:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu \mu_0 \varepsilon_0} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2}; \quad (8)$$

Решения этих волновых уравнений — (7) и (8) — хорошо известны:

$$\begin{cases} E = \phi\left(t - \frac{x}{v}\right), \\ H = \Psi\left(t - \frac{x}{v}\right). \end{cases} \quad (9)$$

Теперь найдем связь между мгновенными значениями напряженности электрического (E) и магнитного (H) полей. Для этого первое уравнение продифференцируем по t , а второе — по x :

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial t} = \phi', \\ \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{1}{v} \Psi'. \end{cases} \quad (10)$$

Эти уравнения подставим в первое уравнение системы (4):

$$\varepsilon_0 \phi' = \frac{1}{v} \Psi'.$$

Проинтегрировав это равенство, получим

$$\varepsilon_0 \phi = \frac{1}{v} \Psi + C.$$

Поскольку речь идет о переменных полях, постоянную интегрирования можно положить равной нулю: $C = 0$. Тогда последнее уравнение можно будет представить так:

$$\varepsilon_0 E = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} H$$

или

$$\sqrt{\varepsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H; \quad (11)$$

Этот результат означает, что напряженности электрического (E) и магнитного (H) полей в электромагнитной волне пропорциональны друг другу и меняются, следовательно, синфазно.

Подводя итог, сформулируем еще раз основные свойства электромагнитных волн.

1. Электромагнитные волны поперечны, то есть

$$\vec{H} \perp \vec{E}, \quad \vec{E} \perp \vec{V}, \quad \vec{H} \perp \vec{V}. ;(11.1)$$

2. Скорость распространения волны в однородной среде

$$V = \frac{C}{\sqrt{\epsilon\mu}}.$$

Здесь $C = \sqrt{\frac{1}{\epsilon_0\mu_0}}$ — скорость электромагнитной волны в вакууме ($\epsilon = 1, \mu = 1$), ϵ_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

3. Электрическое и магнитное поле в волне меняются в фазе. Мгновенные значения E и H пропорциональны друг другу:

$$E = \sqrt{\frac{\mu_0\mu}{\epsilon_0\epsilon}} H.$$

Разумно предположить, что энергия электромагнитной волны складывается из энергии электрического поля волны и магнитного. Тогда энергия единицы объема — объемная плотность энергии — может быть представлена такой суммой

$$\omega = \omega_E + \omega_H = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} ; (12)$$

На этом разбор академических полетов окончим, и подведем свои итоги. Мы полностью согласны с вышеизложенными выводами 1 и 2, а вот относительно последнего 3 у нас имеются веские возражения. **С какой стати поля, в решении волнового уравнения, обязательно меняются как у волны?**

Ведь выше было показано что общее решение волнового уравнения есть не менее чем дважды дифференцируемые функции (9), в которых роль переменной играет функция $tv - x$, тем кто не понял объясним доходчивее. Напишите любую не менее дважды дифференцируемую функцию одного переменного, например d , в простейшем случае это просто квадратичная функция вида

$$y = ad^2 + bd + n ;(13)$$

А теперь замените $d = x - vt$

$$y = a(x - vt)^2 + b(x - vt) + n ; (14)$$

Прямой подстановкой в волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} v^2 - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0; \quad (15)$$

можете убедиться что функция (14) является решением этого уравнения!? Вот только какое отношение к нему имеют волны? Да никакого!?

Итог . Свободные электромагнитные поля не обязательно распространяются только в виде суперпозиции волн.

Остается выяснить, а в какой еще форме могут существовать свободные электромагнитные поля?

Выше мы показали что любая не менее дважды дифференцируемая функция является решением волнового уравнения, и таких решений бесконечное множество!? Как из этого бесконечного множества решений отобрать те которые имеют отношение к реальности? В данном случае без эксперимента не обойтись, а он гласит. Свободные электромагнитные поля (поля в отсутствии зарядов) могут существовать в виде фотонов, которые на опыте ведут себя как корпускулы и волны одновременно!? Это есть величайший парадокс и загадка современности, и на ее решение потеряна всякая надежда, просто постулировано что человеческий мозг не в силах это не то что понять, но даже вообразить.

Тем не менее существует простейшее корпускулярное решение волнового уравнения теории Максвелла

$$H\sqrt{\mu\mu_0} = E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = \rho(r-ct)^2 = R^2; \quad (16)$$

Имеющее смысл окружности радиуса R , движущейся со скоростью c , для трехмерного случая это будет сфера того же радиуса, движущаяся с той же скоростью, $\rho = const$ введена лишь из соображений размерности. Так что существование корпускул в решениях волнового уравнения ... обязательно. Ясно что решения (16) синфазны, огорчает лишь тот факт что для корпускул обязательно условие

$$H\sqrt{\mu\mu_0} = E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = \rho(r-ct)^2 = R^2 = const; \quad (17)$$

Так что скептики могут возразить, дескать корпускулярное решение (17) тривиально, и его можно вообще не рассматривать. Однако запишем решение волнового уравнения φ в виде монохроматической волны, то есть волны с постоянной амплитудой

$$\varphi = A(\cos(x-ct) + \sin(x-ct)) = A\cos(x-ct + \alpha); \quad (18)$$
$$A = const$$

Имея ввиду (17) мы вправе (18) написать в виде

$$1) \varphi = A(\cos(x-ct) + \sin(x-ct)) = R^2(\cos(x-ct) + \sin(x-ct)) = \rho(x-ct)^2(\cos(x-ct) + \sin(x-ct)) \\ = \rho(x-ct)^2 \cos(x-ct + \alpha);$$

$$2) A = \text{const} = R^2 = \rho(x-ct)^2;$$

; (19)

Подстановка этой функции в волновое уравнение показывает что функция (19) есть решение волнового уравнения. Но это уже не волна (18), смысл решения изменился кардинально. В решении (19) величина амплитуды A зависит от координаты x . Разница вот в чем. В решении (18) волна может существовать во всех точках $x-ct = 2\pi n$ (точки периода косинуса и синуса), а так как при фиксированном t_0 , и ввиду произвольности x , таких точек бесконечно много, то волна существует на всей оси x , и размер ее-длина, бесконечен. Другое дело решение (19). В нем амплитуда волны жестко привязана к координате x , и она не может существовать в произвольном месте, а лишь в области разрешенной вторым условием (19). Но раз в остальных точках оси x амплитуды нет, то и нет связанной с ней волны. Другими словами, наличие второго условия в (19), стягивает волну в область ограниченную R .

Теперь перейдем к конкретным полям. Согласно (11) можем написать два решения волнового уравнения теории Максвелла, причем синфазных, это вытекает из этой теории

$$\varphi_1 = E_Y \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \cos(x-vt) + H_Z \sqrt{\mu \mu_0} \cos(x-vt) ; (20) \\ \varphi_2 = -E_Z \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \sin(x-vt) - H_Y \sqrt{\mu \mu_0} \sin(x-vt)$$

Здесь учтено что направление пар векторов E_y, H_y и E_z, H_z противоположно. Эти решения могут быть вполне независимыми, но решением волнового уравнения есть сумма всех его решений, поэтому математически мы можем скомбинировать эту пару в одно уравнение

$$1) \varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = (\overline{E}_Y \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \cos(x-vt) - \overline{H}_Y \sqrt{\mu \mu_0} \sin(x-vt)) \\ + (\overline{H}_Z \sqrt{\mu \mu_0} \cos(x-vt) - \overline{E}_Z \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \sin(x-vt)); ;(21) \\ 2) \overline{E}_Y \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = \overline{H}_Y \sqrt{\mu \mu_0} = \overline{H}_Z \sqrt{\mu \mu_0} = \overline{E}_Z \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = \rho(x-ct)^2 = R^2$$

Знак минус здесь показывает лишь противоположность направления векторов.

Согласно (11) это уравнение упрощается к виду

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = A(\vec{i} \cos(x-vt) - \vec{k} \sin(x-vt)) + A(\vec{m} \cos(x-vt) + \vec{n} \sin(x-vt));(22)$$

, здесь $\vec{i}, \vec{k}, \vec{m}, \vec{n}$ единичные вектора осей $OY, -OY, OZ, -OZ$

Энергия такой волны - E , согласно(11), (12) и общим формулам электродинамики, зависит лишь от квадратов функций полей, и есть

$$E_1 = \int \left\{ \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_y^2 \cos^2(x-vt)}{2} + \frac{\mu\mu_0 H_y^2 \sin^2(x-vt)}{2} \right\} dV = \int \varepsilon\varepsilon_0 E_y^2 dV = \int \mu\mu_0 H_y^2 dV = const_1$$

$$E_2 = \int \left\{ \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E_z^2 \cos^2(x-vt)}{2} + \frac{\mu\mu_0 H_z^2 \sin^2(x-vt)}{2} \right\} dV = \int \varepsilon\varepsilon_0 E_z^2 dV = \int \mu\mu_0 H_z^2 dV = const_2$$

$$E = E_1 + E_2 = const$$

(23)

Сравним полученные результаты с опытом. Мы математически получили решение сочетающее в себе признаки волны и корпускулы одновременно, и с постоянной энергией, но опыт показывает что такими свойством обладает и фотон. Таким образом, функция (21) математически описывает самые трудно объяснимые свойства фотона, а именно, его корпускулярно-волновой дуализм и постоянство энергии.

Нам остается лишь нарисовать поля фотона, учтя что магнитное и электрическое поля по одноименным осям направлены противоположно. Электрическое поле изобразим красным, а магнитное синим. Сначала рисуем для момента времени когда все поля одинаковы по амплитуде.

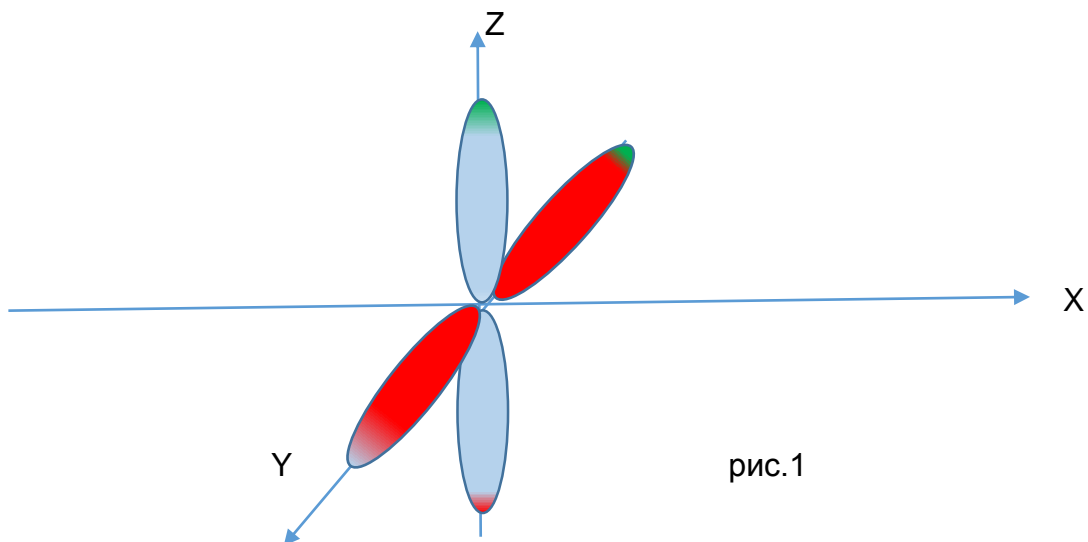
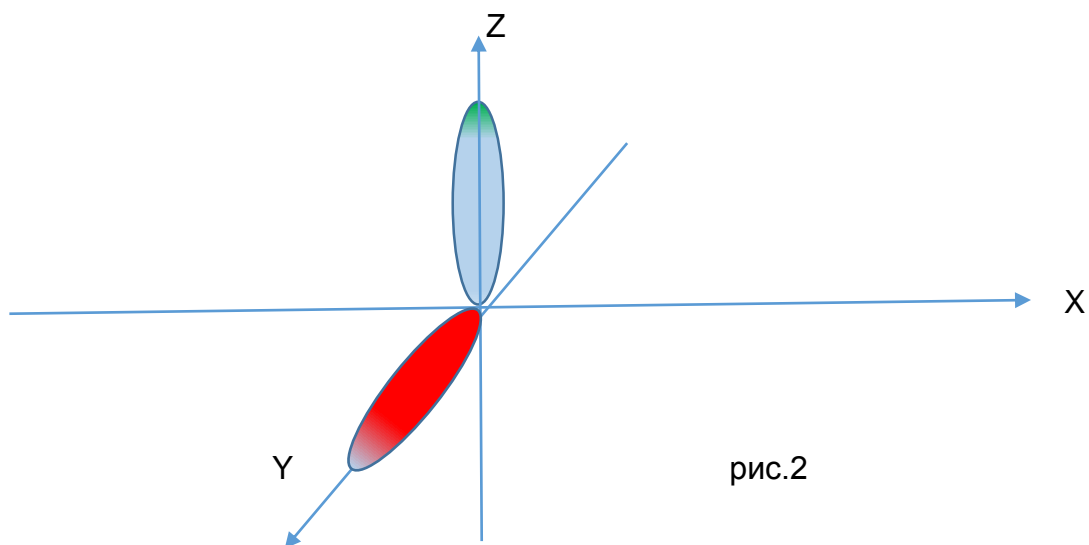
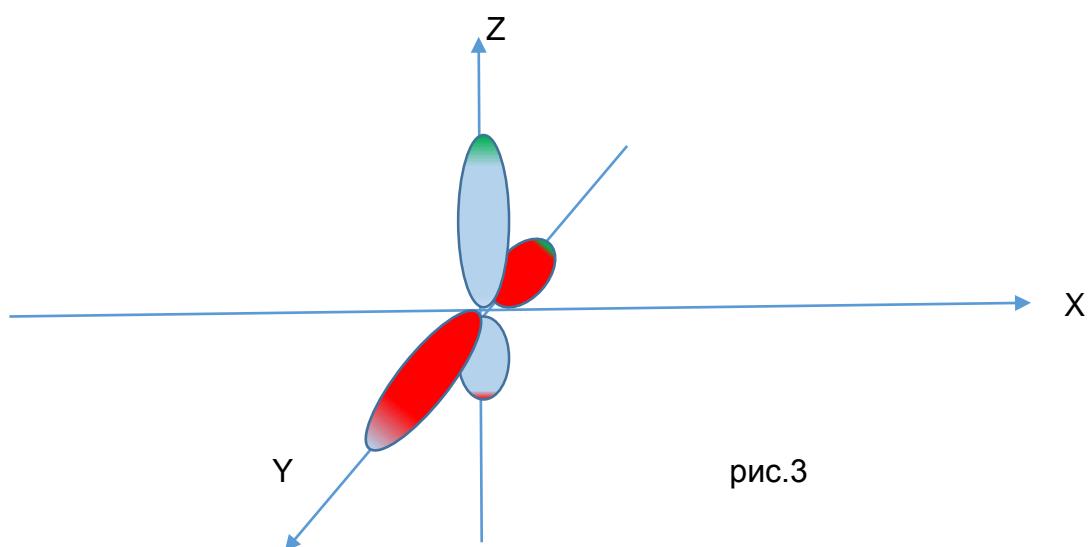


рис.1

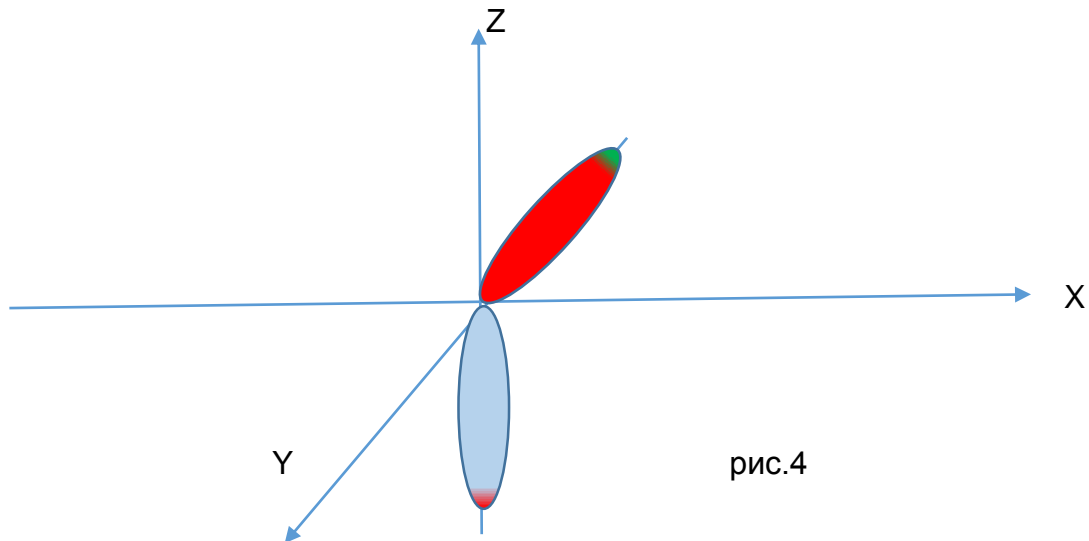
Теперь изобразим эволюцию фотона во времени. Пусть в момент времени t_0 поля E_y, H_z максимальны, соответственно полей $-E_y, -H_z$ нет.



Отметим что в классической радиоволне поля расположены также, но здесь есть существенное отличие, эти поля не связаны между собой (помечено разными цветами в верхушках эллипсов, эллипсы здесь изображены лишь постольку поскольку это позволяет сделать рис. более менее понятным). В следующий момент времени t_1 поля E_y, H_z уменьшаются, причем поле E_y порождает поле $-H_z$, а поле H_z порождает поле $-E_y$. Здесь связаны именно пары полей $E_y, -H_z$ и $-E_y, H_z$, в классической радиоволне эти поля были бы с одним знаком.



Наконец в момент времени t_2 поля E_y, H_z вообще исчезают, зато поля $-E_y, -H_z$ достигают своего максимума



Затем цикл повторяется. Легко понять что такая смена полей, Рис.2, Рис.4, создает кажущийся эффект вращения фотона как целого, наподобие иллюзии поступательного движения в цепи ламп, включаемых попарно через одну погасшую. И такая иллюзия вращения есть на самом деле - это спин фотона, причем «поворот», совмещающий фотон самим с собой, осуществляется скачком всегда строго на 360° , возможно поэтому его спин равен всегда 1.

Главная фишка фотона в том что он перекачивает энергию магнитного поля в энергию вихревого электрического поля, и все происходит в полном согласии с уравнениями Максвелла и квантовой теории, добытых в тяжелых опытах, так что наши представления не расходятся с экспериментами. Образно говоря фотон представляет собой два скрещенных кольца, размеры одного из них меняются по закону синуса, а второго по закону косинуса, эдакий колеблющийся футбольный мяч, но только в двух плоскостях. На что способен колеблющийся футбольный мяч? Особливо занудные могут посмотреть подборку самых курьезных пенальти в инете. Там есть такой себе парадокс. Футболист с линии пенальти бьет по воротам. Мяч попадает в верхнюю штангу, и опускается за линией ворот. Далее мяч за линией ворот отскакивает от земли и..., внимание, возвращается в точку удара!??? Пенальти не засчитывают, ибо судья не может себе вообразить как ньютонова материальная точка-мяч, может повторить обратную траекторию. Но фишка в том что мяч в полете еще и колебался, сперва после удара незадачливого пенальтиста, а затем от удара и об штангу. Это наглядный пример

проявления корпускулярно-волнового дуализма на арене стадиона полного публики, и пенальтист заслужил за это респект и уважуху от жрецов физики, ну и попутно оплеуху от своей команды. Ясно что намалеванный нами наспех фотон способен на то же самое, что он и демонстрирует на опыте сплошь и рядом, подвергая в шок искушенных теоретиков.

Именно поступательное движение фотона, с одновременными его колебаниями поперек направления поступательного движения, и наделяет фотон удивительными свойствами корпускулярно-волнового дуализма, ну и что здесь непонятного?

С учетом вышеизложенного, функцию фотона можно написать в виде системы уравнений

$$\begin{aligned}
 1) \quad \varphi &= \left(\vec{E}_Y \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \cos(x - vt) - \vec{H}_Y \sqrt{\mu \mu_0} \sin(x - vt) \right) \\
 &+ \left(\vec{H}_Z \sqrt{\mu \mu_0} \cos(x - vt) - \vec{E}_Z \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \sin(x - vt) \right); \quad ;(24) \\
 2) \quad \left| \vec{E}_Y \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \right| &= \left| \vec{H}_Y \sqrt{\mu \mu_0} \right| = \left| \vec{E}_Z \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} \right| = \left| \vec{H}_Z \sqrt{\mu \mu_0} \right| = R^2 = \rho(x - ct)^2 = const;
 \end{aligned}$$

, здесь ρ постоянный множитель для учета размерности.

Итог. В функции (24) сочетаются как признаки волны, первое уравнения системы, так и признаки корпускулы, второе уравнение системы, оба эти признака наделяют систему функций (24) признаками корпускулярно-волнового дуализма фотона.

Для фотона справедливо уравнение для его энергии E ,

$$E = \hbar 2\pi \frac{c}{\lambda} = const ;(25)$$

здесь \hbar постоянная Планка (но не в смысле той постоянной планки, которую не могут взять прыгуны выше своей головы), λ длина волны. Легко убедиться что в случае (25), $\lambda = R$. Энергия поля и объемная плотность энергии(12) связаны равенством

$$E = \omega V = V(\omega_E + \omega_H) = V \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0 E_0^2}{2} + \frac{\mu \mu_0 H_0^2}{2} \right) = const ;(26)$$

здесь $V = const$ объем, в котором заключено поле. С учетом (23) пишем

$$E = \omega V = V(\omega_E + \omega_H) = V(\varepsilon \varepsilon_0 E_0^2 + \mu \mu_0 H_0^2) = const ;(27)$$

А так как $V = const$, это следует из (24), то окончательно

$$(\varepsilon \varepsilon_0 E_0^2 + \mu \mu_0 H_0^2) = const ;(28)$$

С учетом связи между полями (11), равенство (25) имеет место лишь при условии

$$E_0 = R^2 \sin(x - ct);(29)$$

Ибо тогда

$$(\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 + \mu\mu_0 H_0^2) = (\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 + \varepsilon\varepsilon_0 E_0^2) = (R^2 \sin^2(x-ct) + R^2 \cos^2(x-ct)) = R^2 = const ;(30)$$

Исходя из уравнений (25),(26) и (30) можно, для случая вакуума, написать

$$E = \hbar 2\pi \frac{c}{\lambda} = V (\varepsilon\varepsilon_0 E_0^2 + \mu\mu_0 H_0^2) = V \varepsilon\varepsilon_0 R^2 ;(31)$$

Следует учесть что в квадрат у нас возведена амплитуда, а она согласно(24) сама есть квадрат, скажем от r .Так как поля у нас одномерные –плоские, то можно приближенно заменить объем трехмерной фигуры на площадь плоской с бесконечно малой толщиной, тогда (31) переписется в виде

$$E = \hbar 2\pi \frac{c}{\lambda} = V \frac{\varepsilon\varepsilon_0 R^2}{2} = 4\pi r^2 \varepsilon\varepsilon_0 r^4 = 4\pi \varepsilon\varepsilon_0 r^6 ;(32)$$

В данном случае $\lambda = r$, поэтому для радиуса корпускулы фотона, или что то же самое его амплитуды, имеем

$$r = \left(\frac{2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{7}} \left(\frac{\hbar c}{\varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{7}} = \left(\frac{2}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{7}} const ;(33)$$

Радиус корпускулы фотона гиперболически зависит от диэлектрической проницаемости вещества ε ,чем она больше, тем меньше радиус корпускулы фотона. Это можно трактовать следующим образом . Диэлектрическая проницаемость играет для фотона роль потенциальной стены, как для мяча стена кирпичная . Но чем сильнее вещество препятствует движению фотона, тем меньше становятся его поперечные размеры, он сжимается в бронебойную иглу, и пробивает любую стену !? Так наглядно можно объяснить непостижимый в классической физике Ньютона туннельный эффект, являющийся рядовыми буднями физики квантовой.

Последний аргумент скептиков может перевесить все наши рассуждения. Ведь есть резонный вопрос. Почему все сводится к решению вида ?

$$\begin{cases} E = \phi\left(t - \frac{x}{v}\right), \\ H = \Psi\left(t - \frac{x}{v}\right). \end{cases} \quad (9.1)$$

Существует же решение волнового уравнения вида

$$\begin{cases} E = \phi\left(t + \frac{x}{v}\right), \\ H = \Psi\left(t + \frac{x}{v}\right). \end{cases} \quad (9.2)$$

Если решение (9.1) описывает волну исходящую из точки, то есть источника волны, то решение (9.2) описывает волну приходящую в точку из бесконечности, то есть источника не имеющую. Это вообще говоря нарушение принципа причинности, фундаментального принципа всей науки, и физики в частности, с точки зрения здравого смысла. Но, согласно здравому смыслу Земля плоская, что доказывает только плоскость самого здравого смысла. Так что здравый смысл не аргумент, нужны более весомые соображения.

Не менее фундаментальным чем принцип причинности является принцип относительности. В физике принято эволюцию системы во времени описывать функцией времени t и координат r , зависящих от времени $r(t)$. Саму функцию эволюции можно, в наиболее общем виде, записать символически как функцию зависящую от указанных переменных $\psi(r(t), t)$. Этот прием обкатан, и при правильном применении никогда не приводил к расхождению с опытом, так что мы вправе им воспользоваться.

Принцип относительности гласит что в замкнутой системе все физические явления протекают одинаково, если система как целое движется прямолинейно с постоянной скоростью, или покоится. Общим признаком таких систем является отсутствие ускорения, но ускорение - a , это всего лишь вторая полная производная от функции времени и координат, или в нашем случае

$$\frac{d^2\psi(r(t), t)}{dt^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + 2 \frac{\partial^2\psi}{\partial r \partial t} \left(\frac{dr}{dt}\right) + \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = a; (34)$$

Учтя что $\left(\frac{dr}{dt}\right) = v$ есть скорость перепишем (34) в виде

$$\frac{d^2\psi(r(t), t)}{dt^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} v^2 + 2 \frac{\partial^2\psi}{\partial r \partial t} v + \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = a; (35)$$

А так как ускорение инерциальных систем должно быть равно нулю, то принцип относительности легко выражается математически.

$$\frac{d^2\psi(r(t), t)}{dt^2} = \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + 2 \frac{\partial^2\psi}{\partial r \partial t} + \frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0; (36)$$

Далее уравнение ПО (принципа относительности).

Уравнение ПО весьма напоминает волновое уравнение, но имеет существенное отличие от него. Дело в том что решениями уравнения ПО (36) являются только функции от переменной вида $(r - vt)$, Например приходящая волна вида $\psi = A \cos(r + vt) + B \sin(r + vt)$, решением уравнения ПО не является, это автоматически

приводит к сохранению принципа причинности и необратимости времени. Поясним последнее.

Пусть время у нас идет (течет, плывет ... вопрос терминологии) в прямом, положительном направлении t , тогда решения уравнения ПО зависят только от функций переменного $(ct - x)$. В решениях уравнения ПО, мы можем математически сделать время отрицательным $-t$, для этого достаточно математически произвести замену переменной с $(ct - x)$ на $(x - ct)$, но физически это ничто не меняет. Физически это просто сводится к замене координаты x на $-x$, математически это есть перенос начала координат, но перенос начала координат на свободные вектора, коим является и направление движения, влияния не оказывает. То есть замена переменной $(ct - x)$ на $(x - ct)$ не приводит к обращению движения вспять даже математически, а стало быть не приводит и к обращению времени. В рамках уравнения ПО время необратимо.

Последнее до сих пор иначе доказать не удавалось. Так что не только физическим, но даже математическим смыслом в уравнении ПО обладают только функции от переменной $(r - vt)$, но в частном случае это как раз и есть функция фотона. Так что требование такой зависимости функции фотона от времени вытекает из куда более общих соображений чем электродинамика.

Уравнение ПО, как и следовало ожидать, является лоренц-инвариантным, так что не противоречит теории относительности. Физики потратили немало времени чтобы подружить электродинамику с принципом относительности, что привело к уточнению классической механики в теории относительности. Не исключено что попытки поженить классическую электродинамику и уравнение ПО тоже приведут к уточнениям, но нашей целью здесь было другое.

Мы надеемся что изложенный материал поможет понять структуру элементарных частиц более сложных чем фотон.