Близкодействие и задача двух тел

Владимир Браун

11.12.2020

Современной физике предстоит еще очиститься от многих предубеждений и многих ложных толкований
Р. В. Поль

Понятия: дальнодействие, скорость гравитации, запаздывание потенциалов – должны быть исключены из физики и забыты навсегда. Или, по крайней мере, до тех пор, пока мы не узнаем совершенно определённо, что такое гравитация.

Почему?

Любому здравомыслящему человеку понятно, что дальнодействие, т.е. мгновенное действие на расстоянии, невозможно. С другой стороны, законы классической теории тяготения верны лишь при условии мгновенного взаимодействия. Каким образом можно согласовать эти, казалось бы, противоречащие друг другу, факты?

Очень просто. Тела не взаимодействуют друг с другом на расстоянии. Они взаимодействуют с полем другого тела в месте своего нахождения. Никакого запаздывания потенциалов при этом нет. Поля движутся вместе с телами как единое целое. Таким образом, формально взаимодействие происходит так, как будто тела действительно мгновенно взаимодействуют на расстоянии.

Закон всемирного тяготения, понимаемый как непосредственное взаимодействие тел, это лишь внешняя сторона явления. Истинная же суть явления состоит в том, что каждое тело взаимодействует с полем другого тела. Тяготение, как и всякое другое взаимодействие, есть близкодействие.

С этой точки зрения известная формула выражающая закон всемирного тяготения,

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2},$$

есть объединение двух, почти одинаковых, формул:

$$F_1 = \frac{Gm_1}{r^2} m_2 \quad \text{и} \quad F_2 = \frac{Gm_2}{r^2} m_1,$$

где $\frac{Gm_1}{r^2}$ и $\frac{Gm_2}{r^2}$ – напряжённость поля тяготения (по размерности и величине совпадающая с гравитационным ускорением).

Правильные и интуитивно ясные представления приводят и к правильным умозаключениям и правильным решениям, чего нельзя сказать о формальных, или хуже того – бессмысленных (теория относительности), теориях.

В качестве примера рассмотрим задачу двух тел – задачу о движении двух гравитационно-связанных тел.

При её решении мы исходим из того, что нам известны закономерности кеплерового движения – закономерности движения тела в центральном поле тяготения, или, по-другому – закономерности движения лёгкого пробного тела в поле тяготения массивного центрального тела. Зная эти закономерности, мы хотим выяснить, как будут двигаться тела с равноправными массами.

С точки зрения непосредственного взаимодействия тел задача кажется сложной. Так как массы равноправны, то никакое из тел не может быть центральным. Система отсчёта связанная с любым из тел неинерциальна, и поведение другого тела в ней кажется непредсказуемым.

С другой стороны, при отсутствии внешних сил суммарный импульс системы тел, приложенный к центру масс, или центру инерции, сохраняется – центр масс движется по инерции, и невращающаяся система отсчёта связанная с центром масс инерциальна. Естественным образом возникает идея: обобщить кеплерово движение, т.е. движение в поле центрального тела, на движение в системе отсчёта связанной с центром масс.

Здесь нам на помощь приходит изложенное выше представление об истинной сути гравитационного взаимодействия тел. На самом деле, каждое из тел ничего не знает о другом теле и просто взаимодействует с полем тяготения в месте своего нахождения. Откуда исходит это поле – тело не знает. Поэтому мы можем считать, что поле исходит из центра масс.

Таким образом мы приходим к вопросу: тело какой массы в центре инерции создаст в месте нахождения одного тела поле той же напряжённости что создаёт второе тело? Назовём такое тело в центре инерции равносильным (второму телу).

Для каждого из двух тел заменим другое тело равносильным ему телом в центре инерции. Тогда каждое из тел будет двигаться в поле центрального тела, и задача двух тел распадётся на две отдельные задачи о движении тела в центральном поле:

$$m_1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; m_2$$

$$\downarrow\downarrow$$

$$\begin{array}{lll} m_1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; M_2 & & \\ & M_1 \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; m_2 \end{array}$$

Центр масс, или центр инерции, двух тел определяется следующим образом:

$$\left.\begin{array}{l} r = r_1 + r_2 \\ r_1 m_1 = r_2 m_2 \end{array}\right\},$$

откуда получаем:

$$r_1 = r\frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{и} \quad r_2 = r\frac{m_1}{m_1 + m_2}.$$

Приравняем теперь силу, с которой равносильная масса M_1 притягивает тело m_2, к силе притяжения тел:

$$\frac{GM_1 m_2}{r_2^2} = \frac{Gm_1 m_2}{r^2},$$

откуда получаем для M_1 выражение:

$$M_1 = \frac{m_1 r_2^2}{r^2}.$$

Подставив сюда $\frac{r_2}{r} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}$, получим для M_1 окончательно:

$$M_1 = \frac{m_1^3}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Аналогично для M_2 получаем выражение:

$$M_2 = \frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Заметим, что полученные выражения не зависят от расстояния между телами и имеют размерность массы. Равносильное тело в центре инерции действительно возможно.

Итак, два гравитационно-связанных тела движутся в системе отсчёта связанной с центром инерции тел таким образом, как будто каждое из тел движется в центральном поле расположенного в центре инерции тела равносильного другому телу. Каждое тело движется по (своему) эллипсу, один из фокусов которого находится в центре инерции.

Получив решение задачи в барицентрической системе отсчёта, мы можем теперь вернуться к вопросу о движении тел в относительной системе отсчёта – невращающейся системе отсчёта связанной с одним из тел.

Мы имеем для расстояния между телами выражения:

$$r = r_1 \frac{m_1 + m_2}{m_2} \quad \text{и} \quad r = r_2 \frac{m_1 + m_2}{m_1},$$

т.е. расстояние между телами в любой момент времени пропорционально расстоянию любого из тел от центра инерции (центра масс, барицентра).

Так как в барицентрической системе отсчёта тела движутся по эллипсам, то из этой пропорциональности расстояний следует, что и в относительной системе отсчёта связанной с одним из тел, другое тело также движется по эллипсу, подобному любому из "барицентрических" эллипсов.

Таким образом, имея решение в барицентрической системе отсчёта, мы вместе с тем имеем решение и в относительной системе отсчёта.

Однако, воспользовавшись полученными соотношениями, мы можем получить и прямое решение задачи двух тел в относительной системе отсчёта.

Заметим, что период обращения тела не зависит от системы отсчёта. Движение тела в разных системах отсчёта это не разные движения, но лишь разные точки зрения на одно и то же движение. Т.е. период обращения в барицентрической и относительной системе отсчёта один и тот же.
Воспользуемся этим обстоятельством для получения решения задачи двух тел в относительной системе отсчёта.

Напомню, что период обращения тела в центральном поле массы M даётся формулой:

$$T = \pi\sqrt{\frac{(a+p)^3}{2GM}},$$

где a и p – апоцентр и перицентр эллиптической траектории тела, сумма которых равна большой оси эллипса.

В случае задачи двух тел, для периода обращения тела m_2 вокруг тела M_1 в центре инерции, имеем соответственно:

$$T = \pi\sqrt{\frac{(a_2+p_2)^3}{2GM_1}}.$$

И имеем также соотношения:

$$M_1 = \frac{m_1^3}{(m_1+m_2)^2} \quad \text{и} \quad r_2 = r\frac{m_1}{m_1+m_2},$$

а поскольку a и p – суть максимальное и минимальное значение r, то имеем также и

$$a_2 + p_2 = (a+p)\frac{m_1}{m_1+m_2}.$$

Поэтому период обращения двух тел может быть представлен в виде:

$$T = \pi\sqrt{\frac{(a_2+p_2)^3}{2GM_1}} = \pi\sqrt{\frac{\left((a+p)\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^3}{2G\frac{m_1^3}{(m_1+m_2)^2}}} = \pi\sqrt{\frac{(a+p)^3}{2G(m_1+m_2)}}.$$

Что можно интерпретировать так, что период обращения в относительной системе отсчёта (в которой большая ось траектории равна $a + p$) есть период обращения в центральном поле тела массой $m_1 + m_2$.

Таким образом, в относительной системе отсчёта, связанной с одним из тел, второе тело движется так, как будто оно движется в центральном поле тела массой $m_1 + m_2$.

Как видим, правильные представления о сути гравитационного взаимодействия тел позволяют получить очень простое, понятное даже школьнику, решение задачи двух тел, как в барицентрической, так и в относительной системе отсчёта.