

## Необратимая проблема необратимости времени.

*«Мы сами создаем себе трудности, а потом героически их преодолеваем!»*

*Анонимус.*

Здесь мы затронем одну очень важную, в настоящее время, физическую проблему, а именно – проблему необратимости времени. Эта проблема настолько важна для современной науки что В.Л.Гинзбург в своей Нобелевской лекции назвал ее первой в числе 3 «великих проблем» современной физики, наряду с проблемой возрастания энтропии.

Проблема в том что повседневный опыт подсказывает что время необратимо, сколько бы мы не ждали, а обломки разбитого корыта никогда самопроизвольно не собираются обратно в исходное корыто, увы. Однако физика не в состоянии объяснить этот простейший, и всем известный факт. Напротив, ее выводы приводят к абсурду, время во всех уравнениях физики обратимо, то есть согласно ее законам обломки разбитого корыта обязательно соберутся в корыто, и для этого не надо ловить золотую рыбку, достаточно обратить время вспять в уравнениях физики, а затем всю черновую работу природа выполнит сама!? Но опыт показывает что и в этом случае мы остаемся у разбитого корыта. Так возможно обращение времени или нет?

В классической механике материальной точки доказать обратимость времени просто, но сам процесс далеко не очевиден. Начнем с определения скорости материальной точки. Для этого введем ее радиус вектор  $\mathbf{r}$ , и время  $t$ . По определению скорость есть такой вот вектор  $\mathbf{v}$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt};(1)$$

Безобидное на первый взгляд выражение. Но если мы приписываем времени направление, и оно в сего момента может течь как в будущее так и в прошлое, то тем самым мы определяем время как вектор, ведь оно теперь у нас кроме значения имеет еще и направление. По поводу этой так называемой «стрелы времени» написано столько, что не дай бог это все прочитать за свою жизнь, ее на остальное просто не останется. Но раз время приобрело направление, и стало вектором  $\mathbf{t}$ , то выражение для скорости теперь будет вот таким

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{d\mathbf{t}};(2)$$

Безобидное на первый взгляд выражение, но невозможное, ибо здесь вектор  $d\mathbf{r}$  делится на вектор  $d\mathbf{t}$ , но операция деление вектора на вектор вообще не определена, то есть невозможна математически!? Самое время ее определить?! А зачем, если можно считать что время скаляр, и определять скорость согласно (1). Но тогда все рассуждения о направлении времени беспочвенны? Как бы не так, сторонники обратимости времени толкают следующий аргумент.

Со школьной парты описывать состояние классической механической системы все привыкли с помощью уравнений Ньютона, переходящие в более общем случае в уравнения Лагранжа. Однако существует другой метод описания механических систем, с помощью уравнений Гамильтона. С точки зрения теории этот метод проще, ибо проще его уравнения.

Введем дополнительно импульс материальной точки  $\mathbf{p}$  согласно

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v};(3)$$

Из определения следует что импульс есть вектор. Теперь можно написать уравнения Гамильтона

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}; \quad \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}};(4)$$

Уравнения в самом деле просты, и к тому же симметричны. Функция Гамильтона  $H$  определяется в общем виде следующим образом

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r});(5)$$

, здесь  $U(\mathbf{r})$  функция, градиент от которой дает силу действующую на материальную точку, ее принято называть потенциальной.

Обратимость времени в классической механике доказывается по следующему алгоритму. Кроме обращения времени  $t_0$  на помощь приходит дополнительно и обращение импульсов  $\mathbf{p}_0$ , на деле сводящееся к повороту скоростей на обратные. Примем что время и импульсы у нас обращены вспять, а координаты остались неизменны

$$t_0 = -t; \quad \mathbf{p}_0 = -\mathbf{p}; \quad \mathbf{r}_0 = \mathbf{r};(6)$$

Подстановка в первое уравнение Гамильтона величин  $t_0, \mathbf{p}_0$  дает

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt_0} = -\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}};(7)$$

Подстановка сюда функции Гамильтона (5) дает

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt_0} = -\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{\mathbf{p}}{m} = \frac{\mathbf{p}_0}{m} = \frac{\partial H_0}{\partial \mathbf{p}_0};(8)$$

Теперь рассмотрим второе уравнение Гамильтона

$$\frac{d\mathbf{p}_0}{dt_0} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{\partial H_0}{\partial \mathbf{r}_0};(9)$$

Окончательно имеем систему уравнений

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt_0} = \frac{\partial H_0}{\partial \mathbf{p}_0}; \quad \frac{d\mathbf{p}_0}{dt_0} = -\frac{\partial H_0}{\partial \mathbf{r}_0}; (10)$$

Сравнивая (10) и (4) видим что уравнения остались без изменений , то есть обращение времени с одновременным обращением скоростей математически возможно, и должно приводить к движению в обратном направлении. Действительно , движение в обратном направлении существует , и может в идеале длиться бесконечно, например маятник попеременно движется туда-сюда, но этот маятник в механических часах отсчитывает время тем не менее в одном направлении!?! Никакого обращения времени при катании на качелях не происходит, но математика упорно твердит что дескать это возможно, по алгоритму (6)-(10).

Так как уравнения классической механики по сути лежат в основании любой физической теории то , не составит труда доказать обратимость времени в электродинамике, квантовой теории , СТО и ОТО. Но есть ли обращение времени на самом деле, без математических трюков?

Чтобы разобраться в обратимости времени нужно начать, увы, с азов. Прежде всего определим заново скорость

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}; (1.1)$$

Пусть время у нас течет в обратном направлении тогда его приращение отрицательно и,

$$-\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{-dt}; (1.2)$$

Все логично? Нет! При изменении знака приращения времени  $(-dt)$  знак приращения функции  $d\mathbf{r}$  в общем случае не остается неизменным ! Поясним это на рис.,1

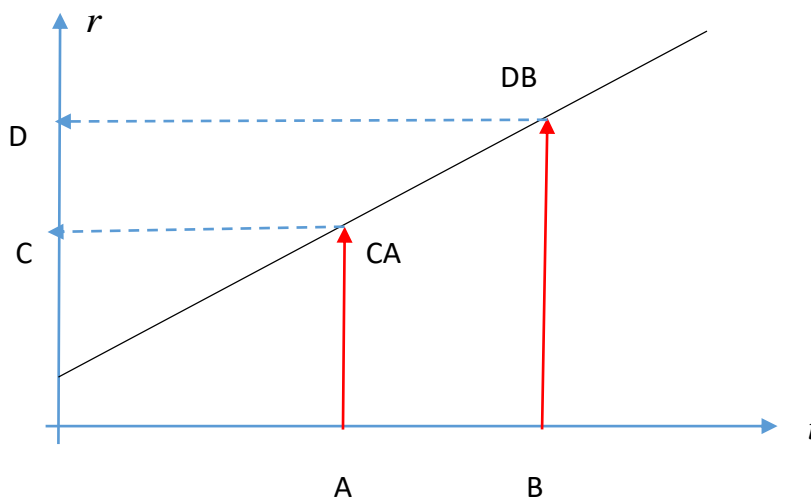


Рис1.,

Очевидно что если точка В конечное время , то  $\Delta t_{AB} = t_B - t_A$ , то есть приращение независимой переменной положительное. Очевидно также что  $\Delta r_{CD} = r_D - r_C$  приращение функции также положительно.

Теперь обратим время, то есть конечной точкой времени теперь является точка А. Очевидно что

$$\begin{aligned} -\Delta t_{BA} &= t_A - t_B \\ -\Delta r_{DC} &= r_C - r_D \end{aligned} ; (13)$$

, или переходя к пределам

$$\begin{aligned} \lim_{t_A \rightarrow t_B} (t_A - t_B) &\rightarrow -dt_{BA} \\ \lim_{r_C \rightarrow r_D} (r_C - r_D) &\rightarrow -dr_{DC} \end{aligned} ; (14)$$

Но тогда скорость есть величина

$$\mathbf{v} = \frac{-d\mathbf{r}}{-dt} ; (15)$$

Это тупик. Мы можем определить величину скорости, но не можем определить ее направление, ведь в обоих случаях (1) , (15) ее величина и направление одинаковы !? Математически это связано с тем что числитель и знаменатель в обоих случаях имеют одинаковые знаки.

Выход из этого тупика следующий. Продлим отрезок времени на рис.,1 вправо , а график функции  $r$  из точки DB направим вниз

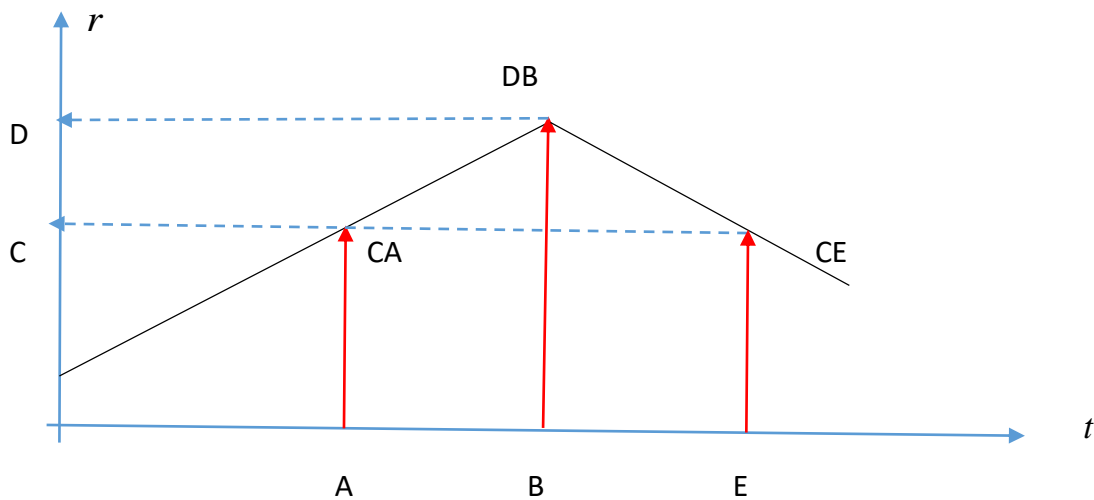


Рис.,2

Здесь  $t_{EB} = t_E - t_B = t_{BA}$ , а также  $|\Delta r_{DC}| = |r_{DB} - r_{CA}| = |r_{CE} - r_{DB}|$  модуль приращения функции одинаков , но

$$+\Delta r_{DC} = r_{DB} - r_{CA}; \quad -\Delta r_{DC} = r_{CE} - r_{DB}; (16)$$

, приращения функции противоположны по знаку. Переходя к пределам мы можем написать выражение для скорости в виде

$$-\mathbf{v} = \frac{-d\mathbf{r}}{dt}; (17)$$

Теперь мы можем узнать как величину скорости, так и ее направление. Математически это связано с тем что числитель и знаменатель в (17) имеют разные знаки.

Последний результат подсказывает выход из проблемы необратимости времени в реальности, и возможности его математического обращения в уравнениях физики.

Будем обращать не время, будем обращать предел приращений координат  $\mathbf{r}$ , то есть, принимаем что

$$t_0 = t; \quad d\mathbf{r}_0 = \partial\mathbf{r}_0 = -d\mathbf{r} = -\partial\mathbf{r} = -\lim_{\Delta t \rightarrow 0} (\mathbf{r}_{(t+\Delta t)} - \mathbf{r}_t); (18)$$

, отсюда автоматически  $\mathbf{p}_0 = -\mathbf{p}$ .

Пишем для этих переменных первое уравнение Гамильтона  $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}$ ;

$$\frac{d\mathbf{r}_0}{dt_0} = -\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{\mathbf{p}}{m} = \frac{\mathbf{p}_0}{m} = \frac{\partial H_0}{\partial \mathbf{p}_0}; (19)$$

, видим что наша подстановка уравнения движения не изменила.

Пишем второе уравнение Гамильтона  $\frac{d\mathbf{p}}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}}$

$$\frac{d\mathbf{p}_0}{dt_0} = -\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{\partial H_0}{\partial \mathbf{r}_0}; (20)$$

, видим что наша подстановка опять уравнение движения не изменила.

Это означает что подстановка (18) уравнений движения не меняет, но есть одно существенное отличие от известных подстановок вида (6), направление времени не меняется. То есть мы приходим к согласию и с опытом и с математикой.

Для полного понимания необратимости времени в уравнениях физики одного рис.,2 мало. Ведь возможность получения отрицательного приращения времени на отрезке времени  $[t_A, t_B]$ , при его обращении, сохраняется  $-\Delta t_{BA} = t_A - t_B$ . Это связано с тем что на отрезке времени  $[t_A, t_E]$  функция координат  $r$  непрерывна. Но так ли это в действительности? Если мы рассматриваем движение материальной точки из положения с начальной координатой  $CA$  в

конечное положение с координатой  $CE$  то существует ли непрерывная функция ее движения после времени  $t_E$ ? Нет, не существует. В момент времени  $t_E$  материальная точка находится в точке  $CE$ , и в этот момент ни в каких промежуточных точках между моментами времени  $t_A, t_E$  ее нет, то есть в момент времени  $t_E$  нет функции ее движения, она обращается в точку. Говорить о функции движения мы можем только рассматривая ее бесконечно малое перемещение  $\partial r$ , совместно с сопутствующим бесконечно малым приращением времени  $\partial t$ . Допустим мы не знаем как двигалась материальная точка до ее прихода в точку  $CE$ , мы видим просто ее в этой точке в произвольный момент времени  $t_n$ , как в этом случае мы можем определить функцию ее движения? Как определить функцию движения известняковых блоков, из которых сложена пирамида Хеопса? А никак. Мы можем только гадать из какого района мироздания они были привезены, но узнать по какой дороге уже не удастся. Так и в случае с материальной точкой. Мы можем узнать функцию ее движения только отслеживая ее в реальном времени. Да уравнения классической механики позволяют провернуть трюк с обращением времени, если функция движения задана наперед. Но есть одно важное обстоятельство, это дискретность всех материальных объектов. Теперь мы знаем что мир состоит из атомов, атомы из элементарных частиц, из коих к слову состоят и силовые поля любой природы. Да, гравитацию пока не удалось разбить на дискретные частицы-кванты, но это дело ближайшего будущего. Ибо глобальным макроскопическим следствием дискретности природы на самом нижнем уровне является как раз необратимость времени. Поясним это графически рис.,3

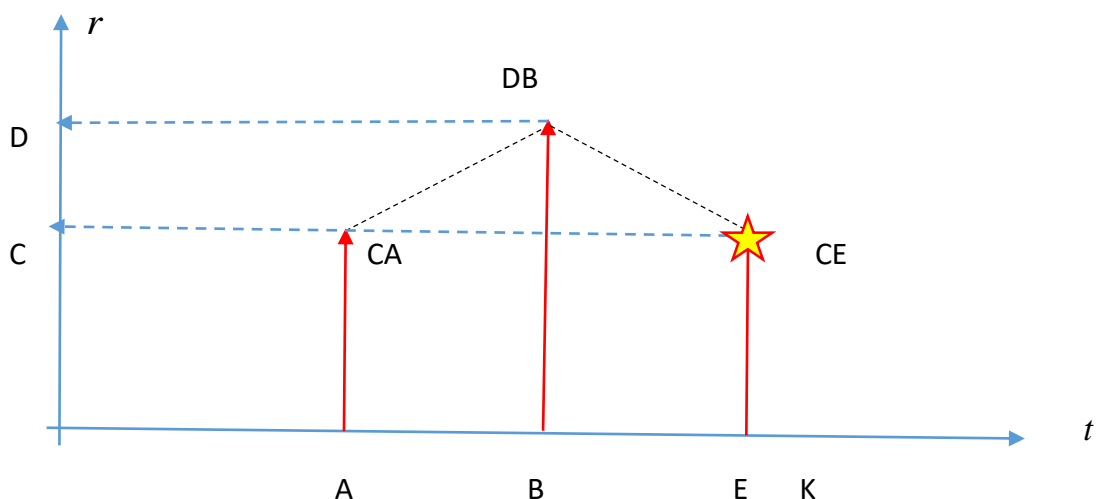


Рис.,3

Здесь пунктиром нарисован график функции в которых материальная точка **была**, а ныне находится в точке  $CE$ , быть может не одно тысячелетие. Можем мы взять производную по времени в точке  $DB$ ? Нет. Откуда нам известно что материальная точка в ней когда-то была, ведь

на заборе можно нарисовать все что угодно, но разве умные люди верят тому что нарисовано на заборе? Все что нам известно так это то что материальная точка находится в точке СЕ. Как она движется? Нам остается один выход. От момента времени  $t_E$ , взять новое приращение времени  $\Delta t_{EK} = t_K - t_E$ . При этом время мы можем обратить символически заменив  $t \leftrightarrow -t$ , если мы условимся что оно по прежнему течет в направлении от меньшего к большему то ничего существенного не произойдет. Просто скорости математически поменяют знак без физического изменения их направления. На языке математики это называется что у приращений времени есть только правое приращение, и функция движения терпит разрыв второго рода в точке нахождения материальной точки. Это легко понять из рисунка движения тела ограниченного размера

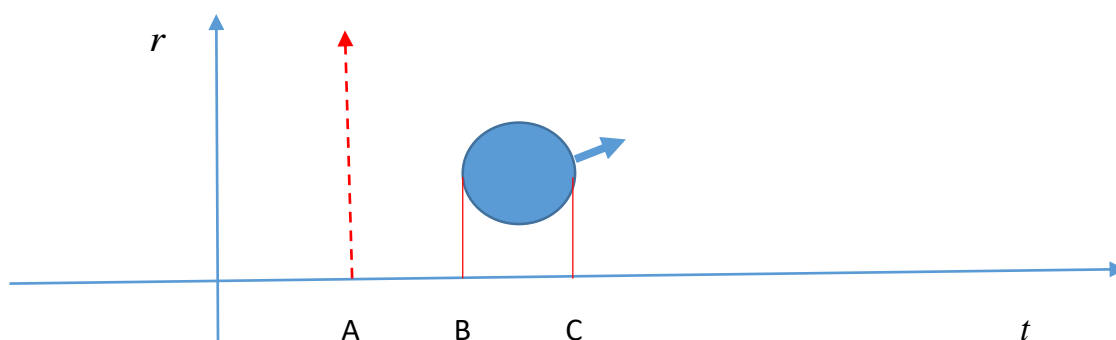


Рис.,4

Между моментами времени  $t_B, t_C$  для материального тела-окружности, есть правое приращение времени, равное  $\Delta t_{BC} = t_C - t_B$ , а вот левого приращения времени, между его моментами в точках А,В нет, потому-что тела в момент времени  $t_B$  **уже нет** в точке момента времени  $t_A$ , таким образом физически возможно определение только правого приращения времени. Хотя математически мы можем определить и левое приращение относительно момента времени  $t_B$ , построив функцию движения до момента времени  $t_A$ , растяжением тела до этой точки, но тогда между точками  $t_A, t_C$  образуется новый правый предел, в который точка  $t_B$  будет попросту включена. Мы конечно можем перенести точку отсчета в момент времени  $t_c$ , и говорить что у тела как раз наоборот нет правого приращения времени. Но легко сообразить что при движении тела вправо его правое приращение времени начнет расти, а левое уменьшаться, пока не обратится в ноль, в момент полного прохождения телом точки  $t_c$ . Хотя по большому счету здесь все равно какого приращения нет-правого или левого, главное что оно одно, и связано это с ограниченностью тела в пространстве, то есть дискретностью материального мира. Именно это обстоятельство – единственность правого или левого

приращений времени, связанное с дискретностью материи, и делает его макроскопически однонаправленным.

Приняв преобразование вида

$$t_0 = t; \quad d\mathbf{r}_0 = -d\mathbf{r}; \quad \partial\mathbf{r}_0 = -\partial\mathbf{r}; \quad (18.1)$$

, легко показать что проблема обращения времени снимается и в электродинамике Максвелла. В классической электродинамике уравнения движения частицы с электрическим зарядом  $e$  описывается уравнением

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}]; \quad (21)$$

Здесь  $c$  скорость света,  $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  напряженности электрического и магнитного полей, определяемые через векторный потенциал  $\mathbf{A}$  посредством

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \text{grad}(\varphi)$$

$$\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A} = \left( \frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathbf{A}_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} + \left( \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathbf{A}_z}{\partial x} \right) \mathbf{j} + \left( \frac{\partial \mathbf{A}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{A}_x}{\partial y} \right) \mathbf{k}$$

При доказательстве обратимости времени  $t \rightarrow -t$  в электродинамике обращают и векторный потенциал  $\mathbf{A} \rightarrow -\mathbf{A}$ , мы тоже это сделаем, и получим

$$-m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = m \frac{d}{dt} \left( \frac{d\mathbf{r}_0}{dt} \right) = -e\mathbf{E} - \frac{e}{c}[\mathbf{v}\mathbf{H}]; \quad (22)$$

, таким образом преобразование (18.1) не меняет уравнений движения в электродинамике, то есть обратимости времени в электродинамике тоже нет, если принять что справедливо (18.1).

Что касается квантовой механики то там все намного проще. Состояние квантовой частицы описывается волновой функцией  $\psi$  вида

$$\psi = A \exp \left( -i \left( \frac{\mathbf{r}\mathbf{P}}{\hbar} - \frac{E}{\hbar} t \right) \right); \quad (23)$$

Это единственный вид функции свободной частицы допускаемый уравнением Шредингера,  $\hbar$  постоянная Планка,  $E$  энергия частицы. Знаки векторов  $\mathbf{r}, \mathbf{P}$  меняются одновременно, но их скалярное произведение всегда положительно, здесь даже преобразование (18.1) проводить бесполезно. В релятивистском варианте волновая функция есть

$$\psi = A \exp \left( -i \left( \frac{\mathbf{r}\mathbf{P}}{\hbar} - \frac{\pm E}{\hbar} t \right) \right); \quad (23.1)$$



Здесь знак перед  $t$  меняется, и возникает иллюзия обращения времени, на самом деле меняется знак энергии частицы  $E$ . Таким образом в квантовой механике обратимости времени нет, если справедливо (18.1).

Приходим к выводу что уравнения движения ключевых разделов физике инвариантны относительно преобразований (18.1), то есть необратимы во времени. Причина необратимости времени дискретность материи, в квантовой физике эта дискретность – квантование, является уже обязательной, в ней вообще нет непрерывной материи. Но квантовые дисциплины на редкость противоречивы. Постулируя дискретность материи квантовая механика описывает материю тем не менее непрерывной волновой функцией, заполняющей все доступное пространство целиком. Квантовая волновая функция единственной частицы может заполнять все пространство Вселенной. Волновая функция электрона в атоме водорода такова что радиус этого атома математически бесконечен, то есть больше радиуса Вселенной!? Квантовая механика советует не заморачиваться по этому поводу, постулируя что ее невозможно понять с точки зрения здравого смысла. Но с точки зрения здравого смысла Земля плоская, что доказывает только плоскость самого здравого смысла. Попробуем подойти к этой проблеме аналитически.

Уравнение Шредингера свободной частицы весьма необычно.

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}; (24)$$

Можно сказать что это потомок волнового уравнения вида

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}; (25)$$

Волновое уравнение в наиболее общем виде имеет вид

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} v^2 = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}; (26)$$

И его решение может иметь вид неограниченны[ в пространстве и времени функций вида

$$\begin{aligned} \psi &= A e^{i(\mathbf{r}-\mathbf{v}t)} \\ \psi &= B \ln(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) \end{aligned}; (27)$$

Это бессмысленные с точки зрения физики решения, но есть и вполне приемлемое решение волнового уравнения

$$\psi = A \operatorname{Re} \left( e^{-i(\mathbf{r}+\mathbf{v}t)} \right) = A \cos(\mathbf{r} + \mathbf{v}t); (28)$$

Но опять таки бессмысленное. Ибо описывает волну приходящую в ее источник

из ... бесконечности !?

Структура уравнения Шредингера такова что оно работает как сепаратор , отсеивая бессмысленные с точки зрения физики решения волнового уравнения, и оставляет только одно решение вида

$$\psi = A \operatorname{Re} \left( \exp(-i(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)) \right); (29)$$

, которое описывает волну исходящую из источника, что согласуется с повседневным опытом. Подчеркнем что уравнение Шредингера зависит только от переменной вида  $(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ , переменные вида  $(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$  оно не допускает . Пожалуй это основное отличие уравнения Шредингера от волнового уравнения.

И все было бы замечательно. Если бы не одна ложка дегтя. Решение уравнения Шредингера неограничено в пространстве. Описывая дискретные микрочастицы оно образно «размазывает» их по всему пространству. В момент наблюдения они якобы схлопываются из своего размазанного состояния в дискретное, скорость такого схлопывания превышает скорость света в стоицот раз !? Отсеяв физически бессмысленные решения волнового уравнения само уравнение Шредингера порождает тем не менее весьма непростые проблемы, приводя к неограниченным в пространстве решениям.

Но выше мы выяснили что необратимость времени связана прежде всего с дискретностью материи , так что если мы не хотим жертвовать необратимостью времени то должны найти ограниченные в пространстве решения квантовых уравнений .

Прежде всего выясним когда в волновом уравнении возникают волновые решения. Они возникают тогда когда область применимости этого уравнения в пространстве ... ограничена!? Например волновые решения возникают тогда когда концы струны закреплены в фиксированных точках , и решения волнового уравнения описывают ее колебания. Когда мембрана барабана закреплена на обруче и т.д. То есть волновые решения изначально связаны с ограниченность пространства некоторой областью, например областью закрепленной струны или мембраны барабана. Но тогда уравнение Шредингера изначально неявно описывает некоторую ограниченную физическую область - физическую систему , ведь только в ней возникают волновые решения волнового уравнения, частным случаем которого является уравнение Шредингера.

Адекватной физической системой , ограниченной в пространстве, является замкнутая физическая система, то есть система не взаимодействующая с внешним миром. Сама замкнутая система может быть инерциальной или неинерциальной. Мы остановимся на инерциальных

замкнутых системах, потому что для них справедлива инвариантность всех законов природы, известная как принцип относительности. Принцип относительности гласит что, во всех замкнутых физических системах, которые движутся как целое прямолинейно и с постоянной скоростью, или покоятся, все законы физики одинаковы, такие системы называются инерциальными.

Но если замкнутая система движется прямолинейно то у нее отсутствует радиальное ускорение. Если к тому же эта система движется с постоянной скоростью то у нее отсутствует и тангенциальное ускорение. У покоящейся замкнутой системы ускорение отсутствует по определению. Все такие системы подпадают под определение инерциальных. Мы пришли к выводу что общим признаком инерциальных систем является отсутствие у них ускорения  $a$ . Но ускорение это вторая полная производная от функции времени  $t$ , и зависящих от него координат  $\mathbf{r}(t)$ . Обозначив эту функцию как  $\phi(\mathbf{r}(t), t)$ , (такое обозначение напоминает разделенный знак бесконечности, что нам импонирует), напомним для нее вторую полную производную, которая по определению математически есть ускорение.

$$\frac{d^2\phi(\mathbf{r}(t), t)}{dt^2} = \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) + \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 \phi(\mathbf{r}(t), t) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r} \partial t} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = a; (30)$$

Учтя что  $\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}$  есть скорость, перепишем (30) в виде

$$\frac{d^2\phi(\mathbf{r}(t), t)}{dt^2} = \left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \mathbf{v} + \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 \phi(\mathbf{r}(t), t) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} v^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r} \partial t} \mathbf{v} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = a;$$

Здесь  $v^2 = (\mathbf{v}, \mathbf{v}) = \mathbf{v} * \mathbf{v} * \cos \varphi$ , скалярное произведение скорости самой на себя, так же как и  $\partial r^2$ . Но по условию ускорения у инерциальных систем нет, что означает равенство его нулю, тогда получаем уравнение

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} v^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r} \partial t} \mathbf{v} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0; (31)$$

, описывающее движение инерциальной системы как целого, далее уравнение ПО(принципа относительности). Из этого уравнения немедленно следует наличие максимальной скорости у инерциальных систем, или внутри них, которую мы найдем дифференцируя (31) по скорости

$$\mathbf{v} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r} \partial t} / \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2}; (32)$$

Это выражение показывает что максимальная скорость инерциальных систем зависит от неких

глубинных свойств пространства и времени, которые нам, увы, неизвестны, поэтому значение этой скорости должно быть взято из опыта. Опыт показывает что максимальная скорость инерциальных систем равна скорости света в вакууме  $c$ , еще раз отметим, скорость света видимо определяется глубинными свойствами пространства и времени, что и делает ее фундаментальной величиной. Выражением (32) мы фактически сделали второй постулат специальной теории относительности – СТО, о предельности скорости света, следствием принципа относительности, теперь этот постулат выглядит излишеством. Таким образом уравнение ПО в этом частном случае пересекается с выводами СТО. Возникает вопрос, можем ли мы в таком случае использовать выводы СТО при анализе уравнения ПО? Да, можем, потому что уравнение ПО отвечает главному требованию СТО, а именно лоренц-инвариантности, то есть инвариантности относительно преобразований Лоренца.

$$\mathbf{r}_0 = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{v}t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad t_0 = \frac{t - (\mathbf{v}/c^2)\mathbf{r}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}};$$

В этом можно убедиться прямой подстановкой этих преобразований в уравнение ПО. Можно сказать что уравнение ПО дополняет СТО, ну или наоборот, это дело вкуса.

Опыт показывает что движение материи внутри замкнутых систем становится периодичным – инфинитным. Согласно СТО с каждым видом материи мы можем связать определенную энергию  $E$ , поэтому инфинитное движение можно рассматривать как своеобразную циркуляцию потока энергии  $\mathbf{W}$  внутри инерциальной системы, саму же циркуляцию удобно описывать ротором  $\mathbf{rot}\mathbf{W}$ , тогда условие замкнутости инерциальной системы можно выразить достаточно просто

$$\mathbf{div}\ \mathbf{rot}\mathbf{W} = 0; \quad (33)$$

Альтернативный способ заключается в запрете втекания и вытекания потока энергии в и из инерциальной системы, через ее границы  $G$ , что математически выразить довольно просто через теорему Гаусса-Остроградского

$$\int_G \mathbf{div}\mathbf{W}dG = \int_S (\mathbf{n}\mathbf{W})dS = 0; \quad (34)$$

Это выражение по форме совпадает с законом Гаусса для магнитного поля (если формально положить что  $\mathbf{W} = \mathbf{B}$ ), и формально описывает запрет на втекание или вытекание материи за границы инерциальной системы. Какое из этих выражений более удобно для описания замкнутости инерциальной системы здесь не выясняется. Мы применим более наглядный и доступный пониманию прием.

Пусть покоящаяся одномерная инерциальная система есть отрезок с координатами конечных точек  $A, B$ , то есть  $[AB]$ . Длина отрезка, то есть размер рассматриваемой покоящейся инерциальной системы, очевидно есть  $L^2 = (A - B)^2$ . Пусть в некоторый момент времени эта система получила импульс  $\mathbf{P} = m\mathbf{v}$  из внешнего мира. По закону сохранения импульса эта инерциальная система начнет двигаться со скоростью  $\mathbf{v}$ , но тогда и ее граничные точки также начнут двигаться с этой скоростью. Очевидно что при этом длина отрезка не изменится. Физически происходит следующее. Пусть импульс система получает в граничной точке  $A$ , при этом эта точка начинает движение со скоростью  $\mathbf{v}$ , этот импульс передается во вторую граничную точку  $B$ , которая также начинает движение со скоростью  $\mathbf{v}$ . Передача импульса из точки  $A$  в точку  $B$  есть процесс во времени, ограниченный скоростью света. Получается что движение точки  $A$  влияет на движение точки  $B$ , но при этом длина отрезка  $[AB]$  не меняется. Движение точки  $B$  как бы «подстраивается» под движение точки  $A$  таким образом, чтобы длина инерциальной системы сохранялась. Пусть новая координата точки  $B$  есть  $B_0$ . очевидно что новая координата точки  $A$  будет координата  $A + \mathbf{v}t$ . Если начальная координата точки  $A$  была  $0$ , то ее новая координата есть просто  $\mathbf{v}t$ , и условие неизменяемости размера инерциальной системы выглядит

$$L^2 = (B_0 - \mathbf{v}t)^2; (35)$$

Обозначим координату точки  $B_0 = \mathbf{r}$ , то есть перейдем к общепринятым обозначениям посредством координат и времени, получим

$$L^2 = (\mathbf{r} - \mathbf{v}t)^2; (36)$$

Перейдем теперь к трехмерной инерциальной системе. Очевидно что в декартовой системе координат выражение (36), через проекции скорости  $\mathbf{v}$  и радиус-вектора  $\mathbf{r}$  на декартовы оси координат, разворачивается следующим образом

$$L^2 = (\mathbf{r} - \mathbf{v}t)^2 = (\mathbf{x} - \mathbf{v}_x t)^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{v}_y t)^2 + (\mathbf{z} - \mathbf{v}_z t)^2; (37)$$

Но это уравнение ... трехмерной сферы!? Таким образом ограниченность инерциальной системы в пространстве в простейшем случае описывается уравнением сферы. Сфера это замкнутая геометрическая фигура, но таких геометрических фигур бесконечное множество, значит тогда размеры инерциальной системы выражаются через бесконечное множество таких фигур!? Это тупик? Нет. Оказывается что так и есть на самом деле. Прямой подстановкой (37) в уравнение ПО можно убедиться что функция (37) есть решение этого уравнения! То есть

размеры инерциальной системы , и ее движение одновременно описываются решениями уравнения ПО. Математически это означает что краевые условия дифференциального уравнения ПО сами являются решениями этого уравнения!? Сами же решения уравнения ПО есть любые функции переменной  $(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)$ . Теперь все логически замыкается. Если инерциальная система замкнута , то решения и волнового и уравнения ПО периодические, то есть их можно представить в виде ряда Фурье по гармоническим функциям.

$$\phi = \psi = \int A e^{i(kx - kv_t)} dk ;(38)$$

То есть для уравнения ПО все следствия квантовой механики остаются в силе, за исключением одного, в уравнении ПО явно описывается что система замкнута. Следствием этой замкнутости является объяснение корпускулярно-волнового дуализма, феномена который в квантовой механике не находит объяснения, ибо согласно уравнению Шредингера все его решения комплексные , и вещественное значение ограничения волновой функции  $\psi$  в нем получить невозможно. Квантовая механика выбирается из этой ситуации весьма своеобразно. В ней вещественные значения можно получить только из квадрата модуля волновой функции  $\psi$  , именно это в ней и постулировано. В случае уравнения ПО краевые условия есть решения этого уравнения , описывающие геометрию границ инерциальной системы, а волновые решения внутри этих границ описывают поведение материи. В простейшем случае граница инерциальной системы это сфера, и одиночная гармоническая волна внутри этой сферы описывает поведение единичного объекта материи. То есть сферическая инерциальная система, с одиночным объектом материи внутри этой системы , описывается системой уравнений.

$$R^2 = (\mathbf{x} - \mathbf{v}_x t)^2 + (\mathbf{y} - \mathbf{v}_y t)^2 + (\mathbf{z} - \mathbf{v}_z t)^2$$

$$\psi = A \exp\left(-i\left(\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{z} - t(\mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_z)\right)\right) ;(39)$$

Согласно первому уравнению системы объект материи внутри инерциальной системы можно понимать как корпускулу радиуса  $R \rightarrow 0$  , но согласно второму уравнению системы тот же самый объект можно рассматривать как волну. На опыте такой объект будет проявлять одновременно и корпускулярные и волновые свойства, это и есть корпускулярно-волновой дуализм , который действительно существует, подтвержден опытом и лежит в фундаменте квантовой механики, которая тем не менее не может его объяснить!? Выражая какую либо координату , например  $\mathbf{z}$ , через первое уравнение

$$\mathbf{z}_0 = \mathbf{v}_z t \pm \sqrt{R^2 - \mathbf{x}^2 + 2\mathbf{xv}_x t - \mathbf{v}_x^2 t^2 - \mathbf{y}^2 + 2\mathbf{yv}_y t - \mathbf{v}_y^2 t^2} ;$$

, и подставляя ее во второе уравнение системы, получим волновую функцию в привычном для квантовой механики виде

$$\psi = A \exp\left(-i(\mathbf{x} + \mathbf{y} + \mathbf{Z}_0 - t(\mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y + \mathbf{v}_z))\right);(40)$$

, только теперь оно ограничено в пространстве, областью внутри которой может существовать интересующий нас **конечный в размерах** объект материи.

Мы видим что конечность размеров объектов материи вытекает из принципа относительности, но из конечности размеров объектов материи вытекает необратимость времени, тогда можно считать что необратимость времени это следствие принципа относительности, и оговаривать необратимость времени отдельно вообще не стоит.

Исходя из идеи замкнутости волны в некотором движущемся объеме, имеющим скорость волны, удастся построить более менее правдоподобную теорию строения одиночных фотона и электрона см., «Строение фотона и электрона. Шкварки»

<http://newidea.kulichki.net/pubfiles/210808160512.pdf>. Но опыт показывает что в реальных инерциальных системах могут быть триллионы фотонов и электронов. Возникает вопрос. Каков предельно возможный размер инерциальной системы, то есть системы к которой применим принцип необратимости времени?

Для ответа на этот вопрос рассмотрим еще одно решение уравнения ПО.

$$\phi = \mathbf{v}^2 t^2 - \mathbf{r}^2;$$

Подставляя сюда предельную скорость получим

$$\phi = c^2 t^2 - \mathbf{r}^2;(41)$$

, это запись релятивистского интервала, что еще раз подчеркивает тесную связь уравнения ПО и СТО. В СТО выражение для интервала получается путем замысловатых математических операций как инвариант, который постулируется. В уравнении ПО интервал появляется сразу, без всяких танцев с бубном, как решение этого уравнения. Из (41) видно что  $\phi$  имеет неудобную для физики размерность  $-m^2$ . Чтобы придать этой функции привычную размерность умножим ее на инвариант  $m^2 c^2$

$$\phi m^2 c^2 = s = m^2 c^4 t^2 - m^2 c^2 \mathbf{r}^2;(42)$$

Теперь решение уравнения ПО имеет смысл квадрата действия  $s^2$ , а действие это величина которая во всех разделах физики играет фундаментальную роль. В соответствии с (42) теперь можно переписать и волновое решение в единицах действия

$$\psi = A \exp(-i(\mathbf{r} - \mathbf{v}t)) = (mc)^2 \exp(-i(\mathbf{r} - \mathbf{v}t));(43)$$

Мы здесь заменили амплитуду на выражение  $m^2 c^2$ , особого противоречия с квантовой механикой тут нет, ибо в квантовой механике постулировано что физическим смыслом обладает квадрат амплитуды волновой функции  $|A|^2 = \psi\psi^*$ , здесь  $\psi^*$  комплексно сопряженная функция, у нас квадрат амплитуды появляется автоматически, и все выражение приобретает смысл квадрата действия.

Квадрат действия не очень удобная единица, удобнее оперировать с безразмерными величинами, поэтому разделим выражение на квадрат кванта действия  $\hbar$  - постоянную Планка, имеем

$$\psi = \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 \exp(-i(\mathbf{r}/\hbar - \mathbf{v}t/\hbar)) = \left(\frac{\mathbf{P}}{\hbar}\right)^2 \exp(-i(\mathbf{r}/\hbar - \mathbf{v}t/\hbar)); (44)$$

, здесь  $\mathbf{P}$  некий импульс. Выше было отмечено что решения уравнения ПО и квантовой механики эквивалентны с точностью до ограничения в пространстве. Согласно соотношениям де-Бройля (44) упрощается.

$$\psi = \left(\frac{\mathbf{P}}{\hbar}\right)^2 \exp(-i(\mathbf{r}/\hbar - \mathbf{v}t/\hbar)) = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \exp(-i(\mathbf{r}/\hbar - \mathbf{v}t/\hbar)); (44.1)$$

, здесь под  $\lambda$  понимают длину волны волнового процесса. Видим что амплитуда обратно пропорциональна квадрату расстояния  $\lambda$ , но то же самое справедливо для таких фундаментальных взаимодействий как гравитация и кулоновское взаимодействие электрических зарядов. Возникает вопрос. Не приводит ли уравнение ПО или квантовая механика к этим взаимодействиям, то есть не являются ли они внутренним, врожденным свойством уравнения ПО и уравнений квантовой механики?

Чтобы ответить на этот вопрос рассмотрим абстрактное взаимодействие двух частиц в рамках уравнения ПО. Функция состояния двух частиц есть  $\phi(\mathbf{r}_1(t), \mathbf{r}_2(t), t)$ , в декартовых координатах уравнение ПО для этой функции есть

$$\left( \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_1} \mathbf{v}_{x1} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}_1} \mathbf{v}_{y1} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}_1} \mathbf{v}_{z1} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}_2} \mathbf{v}_{x2} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}_2} \mathbf{v}_{y2} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}_2} \mathbf{v}_{z2} \right)^2 \phi = 0; (45)$$

Очевидно что это уравнение будет содержать величины пропорциональные  $\mathbf{v}_{x1} \mathbf{v}_{y1}, \mathbf{v}_{z1} \mathbf{v}_{y1}, \mathbf{v}_{z1} \mathbf{v}_{x1}, \mathbf{v}_{x2} \mathbf{v}_{y2}, \mathbf{v}_{z2} \mathbf{v}_{y2}, \mathbf{v}_{z2} \mathbf{v}_{x2}$ , но в силу ортогональности входящих в них векторов они обращаются в нуль как скалярные произведения. Однако есть и другие составляющие



$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{x}_1 \partial \mathbf{x}_2} \mathbf{v}_{1x} \mathbf{v}_{2x}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{y}_1 \partial \mathbf{y}_2} \mathbf{v}_{1y} \mathbf{v}_{y2}, \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{z}_1 \partial \mathbf{z}_2} \mathbf{v}_{1z} \mathbf{v}_{2z}; (46)$$

Пока  $\mathbf{x}_1 \neq \mathbf{x}_2, \mathbf{y}_1 \neq \mathbf{y}_2, \mathbf{z}_1 \neq \mathbf{z}_2$  эти компоненты равны нулю, но в случае когда все они равны получим

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{x}_1 \partial \mathbf{x}_2} \mathbf{v}_{1x} \mathbf{v}_{2x} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{x}_1^2} \mathbf{v}_{1x} \mathbf{v}_{2x}; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{y}_1 \partial \mathbf{y}_2} \mathbf{v}_{1y} \mathbf{v}_{y2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{y}_1^2} \mathbf{v}_{1y} \mathbf{v}_{y2}; \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{z}_1 \partial \mathbf{z}_2} \mathbf{v}_{1z} \mathbf{v}_{2z} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{z}_1^2} \mathbf{v}_{1z} \mathbf{v}_{2z}; (47)$$

Эти компоненты уже не равны нулю. По сути это условие означает физическое столкновение частиц, означающее их взаимодействие, поэтому сложив все выражения (47) в сумму

$$U(\mathbf{r})\phi = \left( \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{x}_1^2} \mathbf{v}_{1x} \mathbf{v}_{2x} + \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{y}_1^2} \mathbf{v}_{1y} \mathbf{v}_{y2} + \frac{\partial^2}{\partial \mathbf{z}_1^2} \mathbf{v}_{1z} \mathbf{v}_{2z} \right) \phi; (48)$$

мы можем написать для случая столкновения частиц, то есть их взаимодействия, уравнение ПО в виде

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} v^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r} \partial t} \mathbf{v} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + U(\mathbf{r})\phi = 0; (49)$$

Мы приходим к стандартному для нерелятивистских теорий выражению взаимодействия через функцию потенциальной энергии  $U(\mathbf{r})$ . Грубо говоря это уже уравнение Шредингера для взаимодействующей частицы в терминах уравнения ПО.

Однако правильное уравнение ПО для двух частиц следует писать все таки в виде

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r_1^2} v_1^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_1 \partial t} \mathbf{v}_1 + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r_2^2} v_2^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_2 \partial t} \mathbf{v}_2 = 0; (50)$$

Если вторая частица движется со скоростью света то это уравнение пишем в виде

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r_1^2} v_1^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_1 \partial t} \mathbf{v}_1 + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial r_2^2} c_2^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_2 \partial t} c_2 = 0; (51)$$

По общему правилу решения таких уравнений берем в нулевом приближении функцию  $\phi$  в виде произведения функций отдельных частиц

$$\phi = \phi_1(\mathbf{r}_1, t) \times \phi_2(\mathbf{r}_2, t); (52)$$

После взятия частных производных по  $\mathbf{r}_1, t$  в уравнении (51) от функции  $\phi_1(\mathbf{r}_1, t)$ , равных  $A, B, D$ , получим дифференциальное уравнение для второй частицы

$$\left[ Av_1^2 + 2B\mathbf{v}_1 + \left( D \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial r_2^2} c_2^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_2 \partial t} c_2 \right) \right] \phi_2(\mathbf{r}_2, t) \phi_1(\mathbf{r}_1, t) = 0; (53)$$

Которое в случае взаимодействия  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$  упрощается до

$$(Av_1^2 + 2B\mathbf{v}_1) \phi_1(\mathbf{r}_1, t) = - \left( D \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial r_1^2} c_2^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_1 \partial t} c_2 \right) \phi_1(\mathbf{r}_1, t); (54)$$

Теперь в качестве потенциальной энергии принимаем правую часть этого равенства в скобках

$$U(\mathbf{r}_1) = - \left( D \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial r_1^2} c_2^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathbf{r}_1 \partial t} c_2 \right); (55)$$

После чего уравнение ПО для двух взаимодействующих частиц, одна из которых релятивистская, можно написать в виде

$$\frac{\partial^2 \phi_1(\mathbf{r}_1, t)}{\partial r_1^2} v_1^2 + 2 \frac{\partial^2 \phi_1(\mathbf{r}_1, t)}{\partial \mathbf{r}_1 \partial t} \mathbf{v}_1 + U(\mathbf{r}_1) \phi_1(\mathbf{r}_1, t) = 0; (56)$$

Обратите внимание что это уравнение не зависит от времени явно как (49), ибо в нем нет отдельной частной производной по времени. Это означает что энергия такой системы сохраняется. Делаем подстановку вида (44)

$$\phi_1(\mathbf{r}_1, t) = \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \exp(-i(\mathbf{r}\mathbf{P} / \hbar - tE / \hbar));$$

, в уравнение (56) и получаем алгебраическое уравнение

$$-\frac{m^2 c^2 \mathbf{P}^2}{\hbar^4} \mathbf{v}^2 + 2 \frac{m^2 c^2 \mathbf{P} E}{\hbar^4} \mathbf{v} + U(\mathbf{r}_1) \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} = 0; (57)$$

Соотношение между релятивистскими импульсом и энергией  $\mathbf{P} = m\mathbf{v}/\beta$   $E = mc^2/\beta$ , здесь

$\beta = \sqrt{1 - \mathbf{v}^2/c^2}$ , очевидно есть

$$E = \frac{\mathbf{P}c^2}{\mathbf{v}\beta}; (58)$$

С учетом этого пишем (57) в виде

$$2 \frac{m^2 c^2 \mathbf{P}^2}{\hbar^4 \beta} c^2 = \frac{m^2 c^2 \mathbf{P}^2}{\hbar^4} \mathbf{v}^2 - U(\mathbf{r}_1) \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}; (59)$$

Или согласно соотношениям де-Бройля между импульсом и длиной волны материи  $\mathbf{P} = 2\pi \hbar / \lambda$

$$8\pi^2 \frac{m^2 c^2}{\lambda^2 \hbar^2 \beta} c^2 = \frac{m^2 c^2 \mathbf{P}^2}{\hbar^4} \mathbf{v}^2 - U(\mathbf{r}_1) \frac{m^2 c^2}{\hbar^2}; (60)$$

Пишем релятивистское выражение для энергии, выраженной через импульс

$$E = \pm \sqrt{\mathbf{P}^2 c^2 + m^2 c^4}; (61)$$

Согласно соотношению де-Бройля между импульсом и длиной волны материи переписываем (61) в виде

$$E = \pm \sqrt{\mathbf{P}^2 c^2 + m^2 c^4} = \sqrt{\frac{(2\pi\hbar c)^2}{\lambda^2} + m^2 c^4}; (62)$$

Видим что энергия зависит от величины  $\frac{2\pi\hbar c}{\lambda}$ , к этой величине мы и будем стремиться наше выражение (60), которое уже зависит от  $1/\lambda^2$  слева.

Получим подобную зависимость и справа. Для этого вспоминая что  $c = d\mathbf{r}/dt$  пишем (60) в виде

$$8\pi^2 \frac{m^2 c^2}{\lambda^2} \left(\frac{d}{dt}\right)^2 \mathbf{r}_1^2 = \frac{m^2 c^2 \mathbf{P}^2}{\hbar^2} \beta \mathbf{v}^2 - U_1(\mathbf{r}_1) \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \beta = \frac{m^4 c^2 \mathbf{v}^4}{\hbar^2 \beta} - U(\mathbf{r}_1) \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \beta; (63)$$

$$\frac{8\pi^2 m^2 c^2}{\lambda^2} \left(\frac{d}{dt}\right)^2 = \frac{m^4 c^2 \mathbf{v}^4}{\hbar^2 \mathbf{r}_1^2 \beta} - U_1(\mathbf{r}_1); (63.1)$$

Разделив это равенство на величину  $\frac{m^4 c^3}{\hbar^3}$ , получим наконец зависимость от  $\frac{\hbar \mathbf{v}}{\lambda^2} \rightarrow \frac{\hbar c}{\lambda^2}$

справа

$$\frac{m^2}{\lambda^2} \left(8\pi^2 \frac{\hbar^3}{m^4 c^3} \left(\frac{d}{dt}\right)^2\right) c^2 = \frac{\hbar \mathbf{v}}{\mathbf{r}_1^2} \frac{\mathbf{v}^3}{c \beta} - U_2(\mathbf{r}_1); (64)$$

Разделив это равенство на  $c^2$  получим слева выражение весьма напоминающее формулу для силы гравитации в классической механике Ньютона, а справа точную величину  $\frac{\hbar \mathbf{v}}{\lambda^2} \rightarrow \frac{\hbar c}{\lambda^2}$ ,

умноженную на безразмерную величину  $\mathbf{v}^3/(c^3 \beta)$

$$\frac{m^2}{\lambda^2} \left(8\pi^2 \frac{\hbar^3}{m^4 c^3} \left(\frac{d}{dt}\right)^2\right) = \frac{\hbar \mathbf{v}}{\mathbf{r}_1^2} \frac{\mathbf{v}^3}{c^3 \beta} - U_3(\mathbf{r}_1); (65)$$

Чтобы вычислить выражение слева нужно только подобрать значение массы  $m$ . **Имея ввиду взаимосвязь между всеми фундаментальными взаимодействиями, на самом глубоком уровне, подберем массу такой частицы которая, будучи самой легкой, участвует во всех фундаментальных взаимодействиях.** Таковыми частицами являются  $\pi$ -мезоны, масса которых

равна  $274m_e$ , здесь  $m_e$  масса электрона, при этом  $\pi$ -мезоны участвуют в гравитационном, электромагнитном, в ядерных сильном и слабом взаимодействиях, то есть во всех фундаментальных взаимодействиях, что нам и требуется.

Окончательно имеем

$$\frac{m_e^2}{\lambda^2} \left( 8\pi^2 \frac{\hbar^3}{274^2 m_e^4 c^3} \left( \frac{d}{dt} \right)^2 \right) = \frac{\hbar c}{r^2} \frac{\mathbf{v}^3}{c^3 \beta} - U_3(\mathbf{r}); (66)$$

Теперь можно вычислить численное значение в скобках слева

$$\left( 8\pi^2 \frac{\hbar^3}{274^2 m_e^4 c^3} \left( \frac{d}{dt} \right)^2 \right) = G = 6.67 \times 10^{-8} \left( \text{см}^3 / (\text{грамм} \times \text{сек}^2) \right); (66.1)$$

Численно и по размерности мы в итоге получили значение гравитационной постоянной. Впрочем это постоянная с натяжкой, ибо на самом деле это дифференциальный оператор, возможно с этим связаны затруднения с опытным определением этой величины.

Теперь выражение (66) приобретает смысл силы гравитации между двумя электронами, на расстоянии волны де-Бройля между ними.

$$\frac{m_e^2}{\lambda^2} G = \frac{\hbar \mathbf{v}}{r^2} \frac{\mathbf{v}^3}{c^3 \beta} - U_3(\mathbf{r}); (66.2)$$

Из (66.1) видно что массы электрона и заряженного  $\pi$ -мезона не случайны, они тесно связаны с гравитацией.

Гравитация в (66.2) сразу получается квантованной относительно волн де-Бройля. При этом нам не нужно никаких гипотез об искривленности пространства-времени, которое есть в локальных масштабах Вселенной, но в глобальных масштабах Вселенной оно отсутствует, это показали недавние опыты по измерению кривизны пространства-времени в глобальных масштабах Вселенной. Возникает вопрос. А не является ли Вселенная в глобальных масштабах инерциальной системой?

Для этого Вселенная должна быть замкнутой системой. Докажем что это так в случае электромагнетизма. Вспоминая что величина 274 есть

$$274 = 2 \frac{\hbar c}{e^2}; (67)$$

, здесь  $e$  элементарный заряд, установим связь между гравитацией и кулоновским взаимодействием. Подставляя (67) в (66.6) получим

$$\frac{2\pi^2\hbar}{m_e^2c^5}\left(\frac{d}{dt}\right)^2\frac{e^4}{\lambda^2}=\frac{\hbar\mathbf{v}}{\mathbf{r}^2}\frac{\mathbf{v}^3}{c^3\beta}-U_3(\mathbf{r});(68)$$

Отсюда

$$\frac{e^4}{\lambda^2}=Q;(69)$$

Извлекая корень из этого выражения получим искомую энергию кулоновского взаимодействия, то есть энергию между двумя элементарными зарядами на расстоянии волны де-Бройля между ними.

$$\pm\frac{e^2}{\lambda}=\sqrt{Q};(70)$$

Двузначность выражения объясняется просто. Зарядов должно быть два сорта. Равных по абсолютной величине, и противоположных знаков, тогда (70) соблюдается в любом случае, в полном согласии с опытом.

Если теперь потребовать замкнутости системы, то есть исключить перетекание потока энергии  $\mathbf{W}$  из системы, и внутрь ее, что проще всего сделать требуя равенства дивергенции этого потока через границы инерциальной системы, согласно теоремы Гаусса –Остроградского

$$\int_G \text{div}\mathbf{W}dG = \int_S (\mathbf{n}\mathbf{W})dS = 0;(34.1)$$

Отсюда немедленно следует условие

$$\text{div}\mathbf{W} = 0;(71)$$

Которое проще всего выполнить введя ротор некоторого потока энергии  $\mathbf{B}$

$$\text{div}\mathbf{W} = \text{div rot}(\mathbf{B}) = 0;(72)$$

Здесь  $\mathbf{B}$  имеет смысл магнитного поля, или вихревого электрического поля, в полном соответствии с уравнениями Максвелла.

Таким образом, согласно (70) кулоновское взаимодействие ограничено расстоянием между зарядами, а магнитное и электрическое вихревое поля своей вихревой природой. В итоге все электромагнитное поле оказывается замкнуто внутри некоторого объема, каковым мы считаем объем замкнутой инерциальной системы.

С гравитацией все намного сложнее. Ввиду отсутствия у гравитации зарядов противоположного знака, и вихревой составляющей, ее невозможно замкнуть в конечный объем, доступный нашему наблюдению, но ведь это не значит что его вообще нет!? Мы до 19 века не знали о существовании Антарктиды, но это не значит что до 19 века ее вообще не было!

Астрономическими наблюдениями достоверно установлено существование так называемых нейтронных звезд. Мы не будем останавливаться на причинах их возникновения, нам важно лишь то что их вещество состоит из плотно упакованных нейтронов, наподобие вещества атомных ядер. Но теория астрофизики говорит что это не конечный этап эволюции звезд. Нейтронные звезды могут превратиться в так называемые «черные дыры». Состав вещества этих уникалов неизвестен, ясно лишь что нейтроны в них претерпевают гравитационный коллапс, то есть сжимаются, при этом сжимается и родительская нейтронная звезда, порождая в конечном итоге «черную дыру». Ясно одно «черная дыра» может миновать период заметного во времени существования нейтронной звезды, образуясь почти мгновенно, но полностью избежать этот период не может. Все это до недавнего времени существовало лишь в теории, но недавние астрономические наблюдения косвенно подтверждают существование «черных дыр».

Из (66) следует что для существования гравитации необходимо существование  $\pi$ -мезонов с энергией покоя  $274m_e c^2$ . Поэтому полное исчезновение  $\pi$ -мезонов возможно влечет за собой деструкцию гравитации, а следовательно и деструкцию любого объекта удерживаемого в равновесии силами гравитации. И «черная дыра» не является исключением. Как только в ней начнется деструкция  $\pi$ -мезонов ее равновесие нарушится, и она просто развалится, возможно с весьма печальными последствиями для окружающих. С другой стороны, мы знаем что предок «черной дыры» нейтронная звезда, состоит почти полностью из нейтронов, и нейтроны являются таким образом переходным веществом «черной дыры». Но оказывается можно показать что гравитация связана и с существованием нейтронов, ведь гравитационная постоянная может быть выражена двояко

$$8\pi^2 \frac{\hbar^3}{274^2 m_e^4 c^3} \left( \frac{d}{dt} \right)^2 = G = 6.67 \times 10^{-8} \text{ см}^3 / (\text{грамм} \times \text{сек}^2) \approx \frac{2\hbar^3}{1838m_e^4 c^3} \left( \frac{d}{dt} \right)^2 ; (73)(32)$$

, здесь  $1838m_e$  масса нейтрона.

Так что и деструкция нейтронов, в недрах «черной дыры» не сулит ей ничего хорошего. Из вышесказанного можно сделать вывод, нейтроны и мезоны «черной дыры» должны сохраняться, ибо их разрушение означает разрушение гравитации, и как следствие разрушение самой «черной дыры».

Поэтому строим теоретическую модель «черной дыры» состоящей только из нейтронов и мезонов.

Допустим что внутри «черной дыры» в пределе каждый нейтрон коллапсирует в микроскопическую «нейтронную черную дыру». Дальнейшее уменьшение его размеров приводит к его деструкции, что влечет за собой деструкцию гравитации, а следовательно и деструкцию «черной дыры». Радиус «нейтронной черной дыры» определяется известным выражением ОТО, вернее выражением Митчела, установившем его в середине 18 века, задолго до появления ОТО. Два совершенно разных подхода привели к одному выражению, и мы вправе ему доверять. Итак, радиус «нейтронной черной дыры»  $r_{gn}$  вычисляется как

$$r_{gn} = \frac{2G1838m_e}{c^2};(74)(33)$$

Но сами нейтроны окружены полем виртуальных мезонов. Это достоверно доказано экспериментом. Поэтому должно сжиматься и поле этих виртуальных мезонов, в конечном итоге должно гравитационно коллапсировать и поле этих виртуальных  $\pi$ -мезонов. Под действием колоссальных сил гравитации в недрах «черной дыры»  $\pi$ -мезоны должны разгоняться до околосветовых скоростей, это позволяет оценить предельные размеры их поля.

Из соотношения неопределенностей Гейзенберга

$$\hbar \leq \Delta E \Delta t;$$

Можно заключить, что частица может быть обнаружена в радиусе не более чем

$$\frac{\Delta E}{\hbar} \Delta t = \frac{m_0 c^2}{\hbar} \Delta t = \frac{m_0 c}{\hbar} c \Delta t = \frac{1}{r_0}; \text{ т.е. } c \Delta t = \frac{\hbar}{m_0 c};(75)(34)$$

, здесь  $r_0 = \frac{m_0 c}{\hbar}$  комптоновская длина волны частицы, цепочка (75) справедлива для частиц со световой скоростью, то есть наше приближение правдоподобно. Оказывается что максимальный радиус локализации околосветовых  $\pi$ -мезонов превышает радиус «нейтронных черных дыр», при этом сами нейтроны могут быть вплотную прижаты друг к другу. Наружу из «черной дыры» они вырваться не могут. Следовательно с ее поверхности в окружающее пространство им хода нет. Но тогда для поля виртуальных  $\pi$ -мезонов каждого нейтрона остается один выход, оно должно быть направлено внутрь «черной дыры». Сами нейтронные «черные дыры» могут быть вплотную прижаты друг к другу на поверхности «черной дыры». Учитывая что должно оставаться место для мезонных полей соседних «нейтронных черных дыр», мезонные поля будут вытягиваться в своеобразные струны вглубь «черной дыры», с сечением равным диаметру материнских «нейтронных черных дыр» нейтронов к которым эти поля виртуальных  $\pi$ -мезонов принадлежат. Приходим к следующей модели.

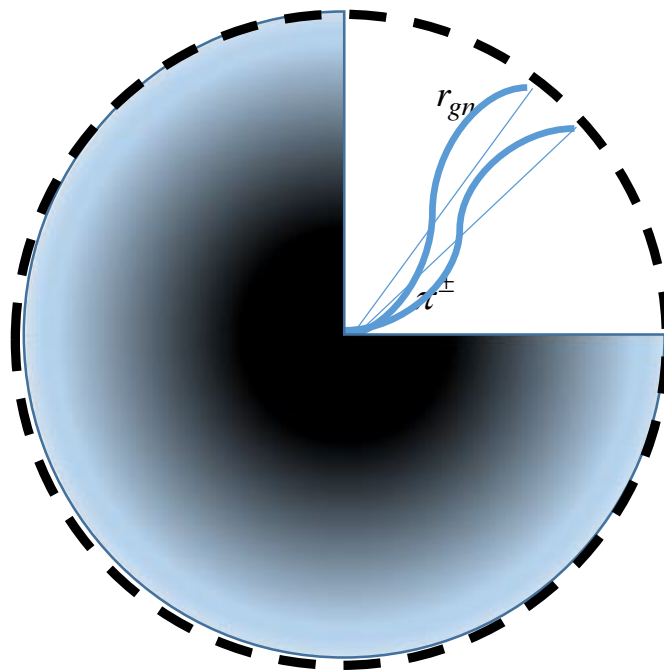


Рис.5

Здесь штрихом изображена внешняя оболочка «черной дыры» состоящая из скорлупы «нейтронных черных дыр», от которых в недра «черной дыры» радиально уходят вырожденные в струны облака виртуальных  $\pi$ -мезонов. Эта картина не полная. Ясно что в облаках виртуальных  $\pi$ -мезонов сами  $\pi$ -мезоны разгоняются до околосветовых скоростей, под действием колоссальных сил гравитации всей «черной дыры». Учтя что  $\pi$ -мезоны это бозоны, а все бозоны стремятся иметь одинаковое состояние можно заключить что энергии  $\pi$ -мезонов в недрах «черной дыры» выравниваются. Столкновение таких виртуальных околосветовых мезонов в центре «черной дыры» разбивает их вдребезги. Это похоже на их деструкцию, но мезоны разбиваются на образующие их кварки, которые являются фермионами, а фермионы наоборот не могут находиться в одинаковых состояниях и стремятся «растолкать» друг друга. Это приводит к своеобразной ситуации,  $\pi$ -мезоны как бозоны стремятся сконцентрироваться в центре «черной дыры», но обладая околосветовой скоростью в этом самом центре разбиваются на кварки-фермионы, эти кварки, как фермионы, наоборот стремятся разлететься из центра «черной дыры», но вновь пленяются образуя  $\pi$ -мезоны, летящие уже к поверхности «черной дыры», чтобы потом вновь с этой поверхности устремиться вглубь к центру «черной дыры». Движение в недрах «черной дыры» это своеобразный цикл:

движение родительских  $\pi$ -мезонов с поверхности «черной дыры» к ее центру,  
разбитие этих родительских мезонов в центре «черной дыры» на кварки,



пленение кварков снова в дочерние  $\pi$ -мезоны,  
 движение дочерних  $\pi$ -мезонов от центра к поверхности «черной дыры»,  
 повторение цикла.

Единство и борьба противоположностей в чистейшем виде , вот что такое недра «черной дыры». Поэтому более реалистична следующая картина.

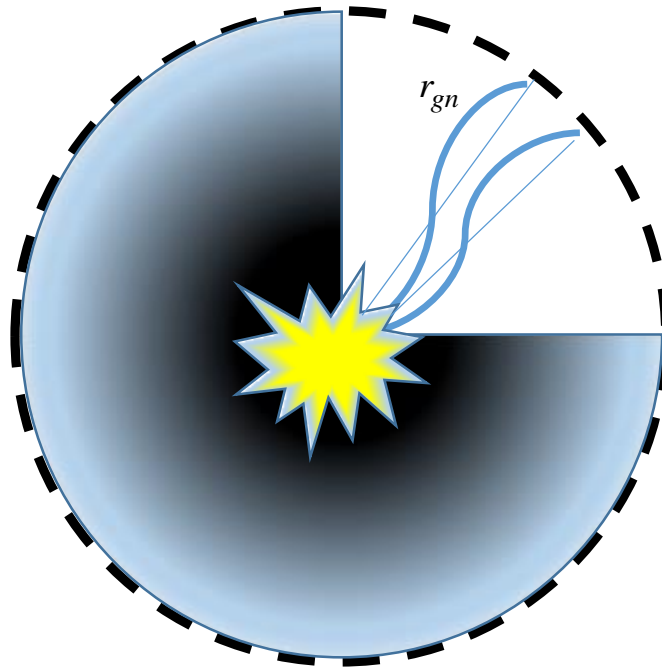


Рис.6

Здесь огненным шаром схематично изображены процессы разбиения  $\pi$ -мезонов на кварки , и восстановление их из этих самых кварков. Грубо говоря если обычная звезда удерживается от гравитационного коллапса термоядерными реакциями в своем центре, то «черная дыра» удерживается от коллапса процессами разбиения  $\pi$  мезонов на кварки, и восстановления  $\pi$  мезонов из этих кварков также в своем центре

Перейдем к количественной оценке «черной дыры».

Из (75) следует что максимальный радиус локализации виртуального облака  $\pi$ -мезона равен

$$R_{\min}^{\pi} = \frac{\hbar}{273m_e c};$$

, но у нас это облако вырождается в струну-отрезок. Мы должны перейти от представления поля виртуальных  $\pi$  мезонов в виде облака к представлению его струнами.

Согласно элементарной квантовой теории Бора , или квазиклассическому приближению , в области своей локализации микрочастицы , под действием центральной силы , должны двигаться по окружности вокруг центра сил. Следовательно , в этом приближении, их путь , при однократном витке , равен длине окружности

$$R_0 = 2\pi R_{\min}^{\pi} = 2\pi \frac{\hbar}{273m_e c};(76)(35)$$

Отметим что по смыслу это минимальная длина струны виртуального  $\pi$  мезона. Чтобы поместиться в площади «нейтронной черной дыры» , виртуальный  $\pi$  -мезон будет вынужден максимально сократить площадь поперечного сечения струны области своей локализации , но эта площадь «минимальна» у отрезка, поэтому принимаем что область локализации  $\pi$  -мезона внутри «черной дыры» вырождается в отрезок– струну, длиной (76). Попросту говоря , траектория движения виртуального  $\pi$  -мезона нейтрона разворачивается из окружности в отрезок, длина которого равна длине окружности радиуса его минимальной локализации (76) , вдоль этого отрезка-струны равномерно «размазана» масса покоя  $\pi$  -мезона. Эти струны направлены внутрь «черной дыры» к ее центру, но с обратной ее стороны к ее центру направлены мезонные струны нейтронов с противоположной стороны поверхности «черной дыры». Все эти мезонные-струны встречаются в центре «черной дыры», где разбиваются на кварки, чтобы затем вновь восстановиться в мезоны, но двигаться уже в обратном направлении. Следовательно максимальный радиус «черной дыры» равен максимальной длине струны виртуального  $\pi$  -мезона. Очевидно что площадь поверхности «черной дыры» равна площади поверхности радиуса (76)

$$S_d = 4\pi R_0^2 = 16\pi^3 \left( \frac{\hbar}{273m_e c} \right)^2 = 9.94 * 10^{-24} (cm^2);(77)(36)$$

Максимальная площадь сечения «нейтронной черной дыры» по ее экватору

$$S_n = \pi r_{gn}^2 = 1.93 \times 10^{-103} (cm^2);$$

Следовательно на поверхности «черной дыры» может поместиться не более чем

$$S_d/S_n = 5.148 \times 10^{79};(78)(37)$$

, «нейтронных черных дыр», по типу пчелиных сот.

Это число равно числу наиболее плотной упаковки «нейтронных черных дыр». По порядку величины это число сравнимо с экспериментальной оценкой числа нуклонов во Вселенной. Таким образом число (78)(37) может давать теоретическое число нуклонов во Вселенной , но

масса каждой «нейтронной черной дыры» не может быть меньше массы нейтрона , и скорее всего равна этой массе, ведь «нейтронные черные дыры» на поверхности черной дыры почти неподвижны, и тогда их масса равна массе покоя нейтрона, ведь ничего другого в ней нет, а масса должна сохраняться , по закону сохранения энергии. Но тогда можно оценить массу Вселенной -  $M_U$  , просто умножая число (78)(37) на массу покоя нейтрона

$$M_U = 5.1 \times 10^{79} \times 1838 m_e = 8.61 \times 10^{55} (\text{грамм}); (79)(38)$$

Вычислим гравитационный радиус этой массы

$$r_g = \frac{2GM_U}{c^2} = 1.276 \times 10^{28} (\text{см}); (80)(39)$$

Световой год равен расстоянию  $q = 9.46 \times 10^{17} (\text{см})$  , следовательно свет пройдет расстояние (80)(39) за

$$r_g / q = 1.35 \times 10^{10} (\text{лет}); (81)(40)$$

Но это известное значение , равное возрасту Вселенной !?

Мы пришли к удивительному выводу. Оказывается что масса «черной дыры» максимального размера равна массе всей Вселенной , при этом гравитационный радиус этой «черной дыры» равен радиусу всей Вселенной !? Это означает одно , вся наша Вселенная это по сути «черная дыра» максимально возможного размера и массы! По видимому Большой Взрыв это всего лишь процесс расползания вещества описанной выше «черной дыры» максимального размера по объему пространства, заключенном в ее гравитационном радиусе , который мы назовем гравитационным объемом , и все!? Причиной распада такой «черной дыры», и расползания ее вещества по гравитационному объему , очень даже может быть начало процессов деструкции  $\pi$  - мезонов и нейтронов в ее недрах, без которых гравитация существовать не может.

Таким образом мы пришли к количественной модели Вселенной до Большого Взрыва, исходя лишь из того простого факта что гравитация неразрывно связана с  $\pi$  -мезонами и нейтронами.

И все было бы замечательно, но в последние годы заявлено об открытии «черных дыр» в самой Вселенной, и увы по их внешнему полю гравитации. Гравитация не замыкается даже внутри «черной дыры». Следовательно, если вся наша Вселенная есть «черная дыра», то энергия гравитации из нее может вытекать наружу, и все наши рассуждения не стоят даже этой самой «черной дыры»!?

К тому же мы определили радиус «черной дыры» Вселенной, но относительно чего, относительно какого центра? А относительно точки в которой находится наблюдатель!? То есть, любой наблюдатель это центр своей Вселенной буквально!

Что видит этот наблюдатель в пределе? Только область ограниченную горизонтом событий Вселенной, которую он наблюдает, находясь ... в ее центре, точке  $O$ !? Дальше он видеть не может в принципе. Горизонт событий действует как сверхгигантское идеальное сферическое зеркало, внутри которого находится наблюдаемая Вселенная, отражая от себя все световые лучи, и частицы материи рис.,7.

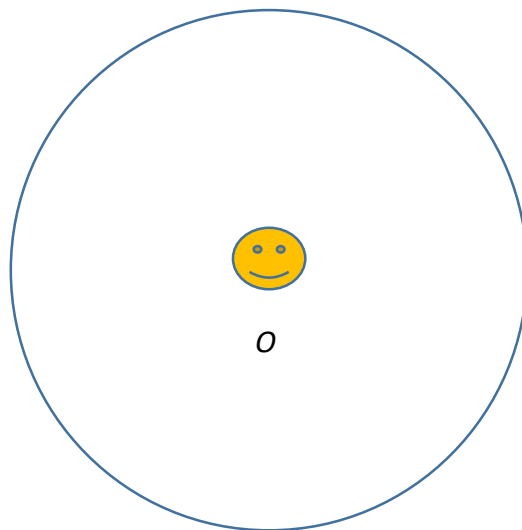


Рис.,7

Здесь синяя линия означает горизонт событий, для наблюдателя находящегося в центре Вселенной - «черной дыры», точке  $O$ . Но что произойдет если наблюдатель сдвинется на шаг вправо от точки  $O$ , в точку  $O_1$ , рис.,8?

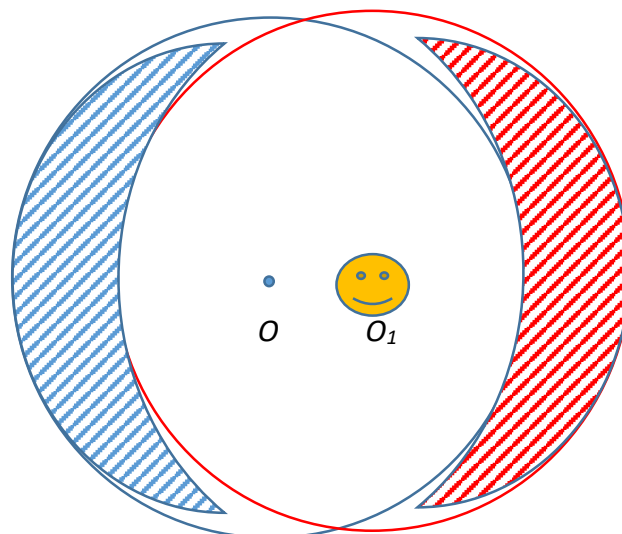


Рис., 8.

А тогда он увидит новую Вселенную! При этом справа от себя он увидит ту часть Вселенной, которую не видел из точки  $O$ , красная штриховка, зато слева от себя он не увидит ту часть Вселенной которую видел в точке  $O$ , синяя штриховка, из-за смещения горизонта событий всего лишь на шаг вправо!? Это возможно лишь в том случае если наша Вселенная лишь капля в море материи. Если ее обозначить точкой, то она будет всего лишь точкой в бесконечном объеме истиной Вселенной рис.,9, которая таким образом является все таки бесконечной. Описанный эффект возможен лишь при условии что плотность энергии Вселенной однородна, то есть на единицу ее объема везде приходится одинаковое количество энергии, заключенной как в веществе, так и в полях и излучениях по известной формуле  $E = mc^2 = \hbar\omega$ . Следовательно, если мы правы, то плотность энергии во Вселенной однородна. Так как наблюдатель волен перемещаться в любом направлении то тогда Вселенная еще и изотропна в пространстве.



Рис.,9.

Этот парадокс объясняет поведение гравитации. Да, гравитация вытекает за горизонт событий нашей Вселенной, но она не есть одинокий застывший и неподвижный объект. Сколько гравитационной энергии из нее вытекает столько же в нее и втекает из окружающей ее истинной Вселенной, отгороженной от нашего взора горизонтом событий нашей Вселенной, и это доказывают наблюдения.

В последние годы было обнаружено аномальное ускорение периферийных участков наблюдаемой нами Вселенной. Единственное объяснение этому феномену на сегодняшний день таково. В нашей Вселенной есть вещество, которое никто не видел, и никогда не увидит, даже его иконы нет, что ставит его выше самого Бога, название ему «темная энергия», и вероятно заимствованно из терминологии «темных веков».

Господа, уgomонитесь, нет никакой «темной энергии», есть гравитационное взаимодействие периферии наблюдаемой нами Вселенной с окружающей ее остальной частью Вселенной, и все.

Почему же тогда нет этого взаимодействия с внутренними частями наблюдаемой нами Вселенной? А его и не должно быть, оно уравновешено остальной Вселенной, по тому же принципу по которому уравновешена гравитация в центре Земли. Очутись наблюдатель в центре Земли, он оказался бы в невесомости, это доказал еще великий Ньютон, но по мере приближения к поверхности Земли наблюдатель все сильнее чувствовал бы земную гравитацию, с максимумом на ее поверхности. По тому же принципу максимум гравитации от окружающей нас истинной Вселенной испытывают периферийные области наблюдаемой нами Вселенной, и никакого чуда в этом нет, рис.,10

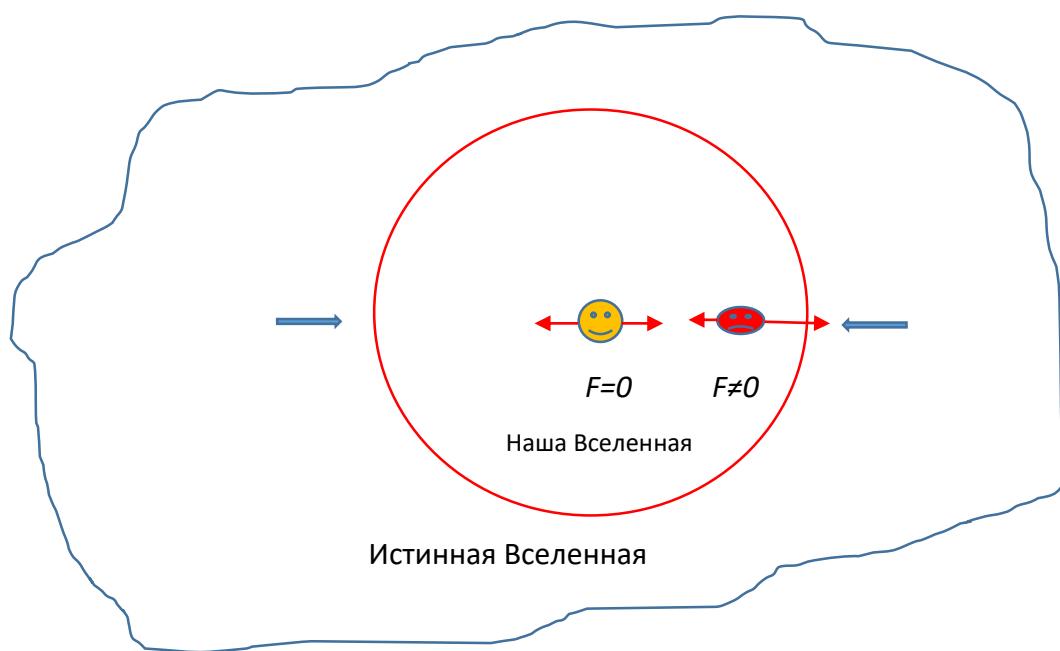


Рис.,10

Здесь красная линия горизонт событий для наблюдателя в центре, для которого сила гравитации окружающей Вселенной  $F=0$ , наблюдатель же на периферии испытывает гравитацию от окружающей Вселенной  $F\neq 0$ , хотя с его точки зрения все выглядит с точностью до наоборот, ибо он сам находится в центре «своей» наблюдаемой Вселенной!?

Таким образом вытекание гравитационной энергии наружу из нашей наблюдаемой Вселенной, компенсируется таким же втеканием в нее гравитационной энергии из окружающей ее истинной, и вероятно бесконечной, Вселенной. Так что всю наблюдаемую нами Вселенную мы можем отнести к замкнутой, ибо она «черная дыра», инерциальной системе для которой справедлива необратимость времени. Наблюдаемая Вселенная есть единственная инерциальная система доступная наблюдению, для неподвижного наблюдателя, и бесконечная для наблюдателя в ней перемещающегося, ведь каждый его шаг в сторону теоретически открывает его взору ту часть Вселенной, которую они никогда не видел. Этот парадокс достойный внимания. Но еще более достоин внимания тот парадокс что мы можем изучать

невидимую нами часть Вселенной , в силу принципа относительности , гласящего что законы физики одинаковы во всех инерциальных системах. Силу этого принципа трудно оценить в повседневной суете , но мы попробуем.

Если бы святая инквизиция знала что Галилей открыл принцип относительности, то она судила бы его не за то что он сказал «Земля вертится», а именно за принцип относительности, из которого следует что вертится буквально все. Из этого принципа следует, что для того чтобы узнать как падает булыжник на поверхности Луны не обязательно на нее лететь. Достаточно бросить его на Земле, и на Луне он будет падать точно также!? Удивительно, но первое что сделали астронавты на поверхности Луны так это бросили в свободное падение булыжник, и он упал так как за 350 лет до этого предсказал Галилей !? Ощутите силу науки в этом примере.

Таким образом, проблема обратимости времени в физических уравнениях решается, а решается потому что ее и вовсе никогда не было , просто нужно было уделить побольше времени азам дифференциального исчисления.

За сим благодарю за внимание. Честь имею кланяться.

Сметанников А.И.

08.08.2021

[aic61@yandex.ua](mailto:aic61@yandex.ua)

Литература

«Строение фотона и электрона. Шкварки» <http://newidea.kulichki.net/pubfiles/210808160512.pdf>