

# Метод равносильных масс в задаче трёх тел

## Дополнение

[Владимир Браун](#)

01.10.2021

В численном примере в статье «Метод равносильных масс в задаче трёх тел» обнаружена ошибка в вычислении скоростей тел в системе центра масс. Данное дополнение содержит её исправление, а также небольшое добавление с этой ошибкой связанное.

Приведённые в статье значения скоростей тел в системе центра масс ошибочны. Результат вычисления на странице 5 статьи должен быть таким:

$$v_{\min_1} = \sqrt{2GM_{23} \left( \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_1 + p_1} \right)} = \frac{\sqrt{38G}}{6} = 0,00000839 \text{ м/с},$$

$$v_{\min_2} = \sqrt{2GM_{31} \left( \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_2 + p_2} \right)} = \frac{\sqrt{26G}}{6} = 0,00000694 \text{ м/с},$$

$$v_{\min_3} = \sqrt{2GM_{12} \left( \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_3 + p_3} \right)} = \frac{\sqrt{14G}}{6} = 0,00000509 \text{ м/с},$$

$$v_{\max_1} = \sqrt{2GM_{23} \left( \frac{1}{p_1} - \frac{1}{a_1 + p_1} \right)} = \frac{\sqrt{38G}}{3} = 0,00001679 \text{ м/с},$$

$$v_{\max_2} = \sqrt{2GM_{31} \left( \frac{1}{p_2} - \frac{1}{a_2 + p_2} \right)} = \frac{\sqrt{26G}}{3} = 0,00001389 \text{ м/с},$$

$$v_{\max_3} = \sqrt{2GM_{12} \left( \frac{1}{p_3} - \frac{1}{a_3 + p_3} \right)} = \frac{\sqrt{14G}}{3} = 0,00001019 \text{ м/с}.$$

Проверить верность полученных значений скоростей можно, сравнив значения соответствующих им угловых скоростей, которые в соответствующих друг другу точках орбит должны быть одинаковыми, поскольку тела движутся синхронно.

Угловая скорость тел в обеих системах отсчёта, относительной и системе центра масс, одинакова (так как движение тел в них происходит по подобным орбитам) и равна:

$$\omega = \frac{L}{r^2} = \frac{\sqrt{-v_\infty^2 ap}}{r^2} = \frac{\sqrt{fGM}}{r^2},$$

где  $M = m_1 + m_2 + m_3$ , и  $f = \frac{2ap}{a + p}$ .

Минимальное и максимальное значение угловой скорости тел получаются при  $r = a$  и  $r = p$ , соответственно:

$$\omega_{\min} = \omega(a) = \frac{1}{2}\sqrt{2G} = 0,0000058 \text{ рад/с},$$

$$\omega_{\max} = \omega(p) = 2\sqrt{2G} = 0,0000231 \text{ рад/с}.$$

Сравним теперь угловые скорости тел, соответствующие приведённым выше значениям линейной скорости тел в апоцентре и перигенте орбит:

$$\omega_{\min_1} = \frac{v_{\min_1}}{a_1} = \frac{0,00000839}{1,453} = 0,0000058 \text{ рад/с},$$

$$\omega_{\min_2} = \frac{v_{\min_2}}{a_2} = \frac{0,00000694}{1,202} = 0,0000058 \text{ рад/с},$$

$$\omega_{\min_3} = \frac{v_{\min_3}}{a_3} = \frac{0,00000509}{0,882} = 0,0000058 \text{ рад/с},$$

$$\omega_{\max_1} = \frac{v_{\max_1}}{p_1} = \frac{0,00001679}{0,726} = 0,0000231 \text{ рад/с},$$

$$\omega_{\max_2} = \frac{v_{\max_2}}{p_2} = \frac{0,00001389}{0,601} = 0,0000231 \text{ рад/с},$$

$$\omega_{\max_3} = \frac{v_{\max_3}}{p_3} = \frac{0,00001019}{0,441} = 0,0000231 \text{ рад/с}.$$

Как минимальные, так и максимальные угловые скорости всех трёх тел совпадают, и совпадают со значениями минимальной и максимальной угловой скорости полученными выше, следовательно, значения скоростей теперь верные.