Динамическая составляющая тяготения

Владимир Браун

01.10.2021

Закон всемирного тяготения основан на законах Кеплера, и многие возможно думают, что он выведен из этих законов. Однако это не так. Вопреки известному утверждению Ньютона, закон всемирного тяготения есть лишь гипотеза, обобщающая случай движения материальной точки в центральном поле тяготения, каковым с довольно большой точностью является движение планет в поле тяготения Солнца, на случай гравитационного взаимодействия равноправных материальных точек, и таким образом на случай взаимодействия тел вообще.

Правомерно ли такое обобщение? – Аномальное смещение перигелия Меркурия и аномальные скорости звёзд в спиральных галактиках говорят, что нет. В центральном поле закон всемирного тяготения работает идеально, но в других неточен.

В чём причина? В чём разница между истинно центральным полем и, скажем, полем Солнечной системы, в которой мы имеем аномалию Меркурия? – Существенная разница состоит в том, что одно поле статичное, неизменное, а другое изменяющееся. Центральное поле статичное, безразличное к вращению, поскольку сферически симметрично. Поле же Солнечной системы лишь почти центральное – движение планет нарушает центральность поля Солнца как материальной точки, и приводит к тому, что поле Солнечной системы кроме статической составляющей имеет ещё и динамическую составляющую.

Таким образом, мы можем утверждать, что Ньютонов закон всемирного тяготения справедлив только в статичном поле тяготения. А таковым является лишь поле в идеализации, называемой центральным полем, в которой учитывается только поле центрального тела, и поля движущихся в нём тел не учитываются. То есть, в реальном поле закон всемирного тяготения соответствует лишь статической составляющей поля, и динамическую составляющую не учитывает.

В классической теории тяготения отдельные случаи движения в поле тяготения сводятся к движению в центральном поле. Это, в первую очередь, задача двух тел [1], а также частные случаи задачи многих тел, в которых тела расположены симметрично, как, например, задача трёх тел находящихся на равном расстоянии друг от друга [2]. При этом, однако, не учитывается, что поле такой системы тел не статично.

Если поле системы тел имеет динамическую составляющую, то эта составляющая присутствует и в суммарном поле тяготения всех тел вселенной – среда, в которой движутся тела, оказывается подвижной. Инерциальная система отсчёта, связанная с локальным центром тяготения и ориентированная на движущуюся среду в месте нахождения тела, оказывается вращающейся (относительно невращающейся системы отсчёта ориентированной на далёкие неподвижные звёзды) (как система отсчёта «аномально» вращающаяся вместе с орбитой Меркурия). То есть, причиной вращения локальной инерциальной системы отсчёта является движение среды, суммарного поля тяготения. Или, иначе говоря, движущееся локальное поле тяготения *увлекает* инерциальную систему отсчёта.

Насколько инерциальная система отсчёта увлекается локальным полем тяготения?

Можно предположить, что величина увлечения инерциальной системы отсчёта зависит от того, какова величина гравитационного потенциала рассматриваемой системы тел, локального потенциала, по сравнению с суммарным потенциалом всех тел вселенной, глобальным потенциалом. И предположить, что степень увлечения инерциальной системы отсчёта локальным потенциалом, коэффициент увлечения, определяется отношением локального потенциала к глобальному:

$$\frac{u}{U},$$

а величина увлечения – соответственно, значением:

$$\frac{u}{U}u = \frac{u^2}{U}.$$

То есть, потенциал u – это статическая составляющая поля тяготения, и этот же потенциал с коэффициентом увлечения, $\frac{u}{U}u$ – его динамическая составляющая.

Чему равны указанные (положительные, кинетические) гравитационные потенциалы?

Мы будем рассматривать систему из двух тел (поскольку только задача двух тел имеет полное решение в классической теории тяготения, и уже задача трёх тел такого решения не имеет), и для удобства – в относительной системе отсчёта.
(Нас интересует инерциальная система отсчёта, и таковой из двух систем отсчёта, относительной и системы центра масс, является последняя. Но поскольку речь идёт о вращении, его угловой скорости, которая в обеих системах отсчёта одна и та же, то для расчётов мы вольны выбрать ту систему отсчёта, которая удобнее.)

В относительной системе отсчёта, связанной с одним из тел, другое тело движется так, как будто оно движется в центральном поле тела суммарной массы [1]:

$$M = m_1 + m_2.$$

Следовательно, потенциал системы двух тел в месте нахождения тела равен

$$u = \frac{\mathrm{G}M}{r},$$

где r – расстояние между телами.
Глобальный же потенциал мы полагаем равным

$$U = \frac{c^2}{2},$$

где c – константа скорости света.

В результате динамическая составляющая поля тяготения оказывается равной:

$$\frac{u^2}{U} = \frac{2\mathrm{G}^2M^2}{c^2r^2}.$$

Исходя из законов сохранения энергии и момента импульса, при условии, что размеры орбит, т.е. их апоцентр и перицентр, *a* и *p*, постоянны, мной было получено следующее общее уравнение скорости в центральном поле тяготения:

$$v^2 = v_\infty^2 + \frac{-v_\infty^2 (a+p)}{r} + \frac{L^2 + v_\infty^2 ap}{r^2},$$

где v_∞ – остаточная скорость на бесконечно большом удалении от центра,
L – удельный момент импульса или момент скорости.

Соответствующие радиальная и угловая скорости в полярной системе координат (r, φ) равны:

$$\dot{r} = \frac{\sqrt{-v_\infty^2 (a-r)(r-p)}}{r} \quad \text{и} \quad \dot{\varphi} = \frac{L}{r^2}.$$

Подставив их в универсальное уравнение траектории,

$$\varphi = \int \frac{\dot{\varphi}}{\dot{r}} \mathrm{d}\, r,$$

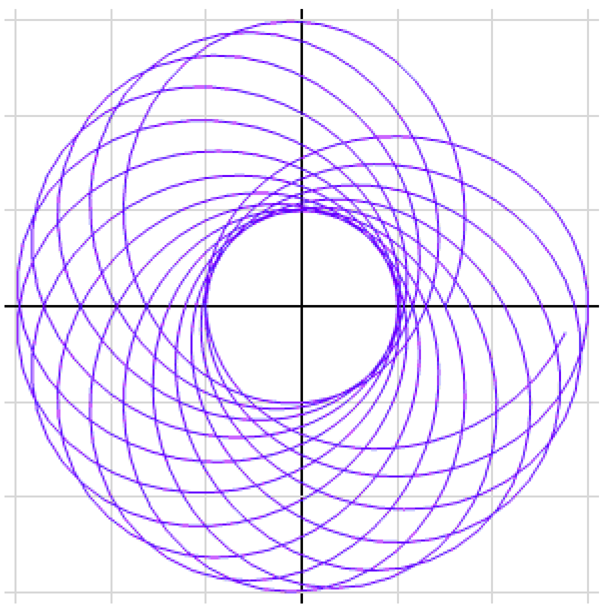
получаем общее уравнение траектории:

$$r = \frac{f}{1 - e\sin(i\varphi)},$$

где e – эксцентриситет орбиты, f – фокальный параметр орбиты,

i – параметр смещения, и $e = \dfrac{a-p}{a+p}$, $f = \dfrac{2ap}{a+p}$, $i = \dfrac{\sqrt{-v_\infty^2 ap}}{L}$.

Данное уравнение траектории есть уравнение «вращающегося конического сечения», и в частности, при эллиптической скорости, уравнение «вращающегося эллипса»:



Условный вращающийся эллипс, его перицентр, смещается при этом на

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\frac{1}{i} - 1\right)$$

радиан за один период обращения.

Если параметр смещения i равен единице, то смещение равно нулю, отсутствует. При $i = 1$ $L = \sqrt{-v_\infty^2 ap}$, и третий член общего уравнения скорости обращается в ноль. Следовательно, третий член уравнения отвечает за смещение, вращение, условного конического сечения (кеплеровой орбиты).

Уравнение скорости классической теории тяготения,

$$v^2 = v_\infty^2 + \frac{2\mathrm{G}M}{r},$$

получается из общего уравнения при следующих условиях:

$$-v_\infty^2(a+p) = 2\mathrm{G}M\,, \quad L^2 + v_\infty^2 ap = 0\,.$$

При этом отбрасывается, обнуляется, член обратно пропорциональный квадрату расстояния от центра тяготения, ответственный за вращение кеплеровой орбиты.

Мы же положим этот ответственный за вращение член уравнения равным нашей динамической составляющей поля тяготения (удвоенной, потому что потенциал во втором слагаемом уравнения удвоенный). В результате получим уравнение скорости

$$v^2 = v_\infty^2 + \frac{2\mathrm{G}M}{r} + \frac{4\mathrm{G}^2M^2}{c^2r^2},$$

включающее обе составляющие поля тяготения, как статическую, так и динамическую. (Исходный, одинарный, вид составляющих мы увидим в этом уравнении, разделив его почленно на 2.)

Определим соответствующий параметр смещения:

$$-v_\infty^2(a+p) = 2\mathrm{G}M \quad \Rightarrow \quad -v_\infty^2 = \frac{2\mathrm{G}M}{a+p} \quad \Rightarrow \quad -v_\infty^2 ap = f\mathrm{G}M\,,$$

$$L^2 + v_\infty^2 ap = \frac{4\mathrm{G}^2M^2}{c^2} \quad \Rightarrow \quad L = \sqrt{-v_\infty^2 ap + \frac{4\mathrm{G}^2M^2}{c^2}}\,,$$

$$\frac{1}{i} = \frac{L}{\sqrt{-v_\infty^2 ap}} = \sqrt{1 + \frac{4\mathrm{G}M}{c^2 f}}\,.$$

Отсюда получаем следующую величину смещения кеплеровой орбиты в невращающейся системе отсчёта в радианах за один период обращения:

$$\Delta\varphi = 2\pi\left(\sqrt{1 + \frac{4\mathrm{G}M}{c^2 f}} - 1\right),$$

или приближённо:

$$\Delta\varphi \approx 2\pi\frac{2\mathrm{G}M}{c^2 f} = 2\pi\frac{u_f}{U}\,.$$

Вычислив по этой формуле аномальное смещение перигелия Меркурия, получим 2/3 принятого в настоящее время значения 43 угловые секунды за столетие: 28,666". То же (2/3) и для других планет. Введение поправочного, калибровочного, коэффициента 3/2 даст практически точное совпадение, но нужен ли он на самом деле – неизвестно.

Разделив величину смещения за период обращения на период обращения,

$$T = \frac{\pi(a+p)}{\sqrt{-v_\infty^2}},$$

получим в итоге угловую скорость вращения кеплеровой орбиты в радианах в секунду

$$\omega_{\text{ИСО}} = \frac{\Delta\varphi}{T}.$$

С этой угловой скоростью вращается относительно невращающейся системы отсчёта и инерциальная система отсчёта, в которой кеплерова орбита неподвижна и справедлив закон всемирного тяготения. Это и есть ответ на поставленный выше вопрос о том, насколько локальное поле тяготения увлекает инерциальную систему отсчёта.

Вращению кеплеровой орбиты, и связанной с ней инерциальной системы отсчёта, может быть поставлена в соответствие добавочная сила тяготения.

Продифференцировав половину квадрата скорости (удельную кинетическую энергию) по расстоянию, получим соответствующее гравитационное ускорение:

$$g = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{v^2}{2}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\frac{v_\infty^2}{2} + \frac{\mathrm{G}M}{r} + \frac{2\mathrm{G}^2M^2}{c^2r^2}\right) = -\frac{\mathrm{G}M}{r^2} - \frac{4\mathrm{G}^2M^2}{c^2r^3}.$$

И умножив его на условную массу обращающегося тела, «приведённую массу»,

$$m = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2},$$

получим силу притяжения тел

$$F = gm = -\frac{\mathrm{G}Mm}{r^2}\left(1 + \frac{4\mathrm{G}M}{c^2r}\right) = -\mathrm{G}\frac{m_1m_2}{r^2}\left(1 + 2\frac{u}{U}\right),$$

имеющую, в согласии с теоремой Ньютона [3], добавку обратно пропорциональную кубу расстояния.

Закон всемирного тяготения – это только одна сторона тяготения – статическая. Есть ещё другая сторона – динамическая – ответственная за вращение кеплеровых орбит.

Ссылки

1. Близкодействие и задача двух тел.

2. Метод равносильных масс в задаче трёх тел.

3. Исаак Ньютон. Математические начала натуральной философии. — М.: Наука, 1989. О движении тел по подвижным орбитам и о перемещении апсид. Предложение XLIV Теорема XIV.