Наглядный вывод преобразований Лоренца.

А.К. Юхимец anatoly.yuhimec@Gmail.com

Как известно, в *специальной теории относительности* (СТО) *преобразования Лоренца* (ПЛ) связывают между собой координаты одних и тех же точек и показания часов в них между разными, создаваемыми нами чисто мысленно, *инерциальными системами отсчёта* (ИСО). И хотя после создания СТО прошло уже более 115 лет, вокруг этих преобразований и их вывода всё ещё ведутся дискуссии. Это, прежде всего, связано с тем, что ни один из её основателей, ни Г.А. Лоренц, ни А. Пуанкаре, ни А. Эйнштейн, не дали их физически *наглядного* вывода.

Вот, например, одно из высказываний, которому уже более 50 лет, по этому вопросу: «Выводы Эйнштейна справедливы, однако *преобразования Лоренца представляют собой математическое средство и ненаблюдаемы*; они очень полезны, но *явно не имеют физического смысла*…. правило синхронизации необходимо и не доказано, хотя и не может быть опровергнуто» [1, с.101].

Но в общепринятой трактовке СТО положение не изменилось и по сей день. В то же время, ещё при заложении основ будущей СТО уже можно было вывести ПЛ *физически наглядным способом* на основании принятых Г.А. Лоренцем принципов её построения.

Напомним также, что при *мысленном* построении каждой ИСО, её разноместные часы согласуются *по их показаниям* между собой с помощью световых сигналов с учётом времени их распространения относительно СК, а значит, уже и используя *принцип постоянства скорости света* (ППСС) [2]. Это было названо Эйнштейном в его первой работе по СТО (1905 г.) «синхронизацией хода часов». Однако вместо того, чтобы описать, как *мыслится сама процедура* её проведения, он описывает то, что из неё якобы *должно следовать*. Но ведь именно то, *как она проводится*, и *должно убедить* нас в этом.

А чтобы придать выводу ПЛ физическую *наглядность*, изобразим на рис. 1 относительное движение двух ИСО. Система К' динамически движется со скоростью $\boldsymbol{v}$ вдоль оси X *покоящейся* системы К. И хотя мы назвали её «покоящейся», она фактически является *абсолютной системой отсчёта* (АСО) [3]. Отсюда сразу же следует, что К чисто *кинематически* движется по отношению к К' со скоростью $-\boldsymbol{v}$.

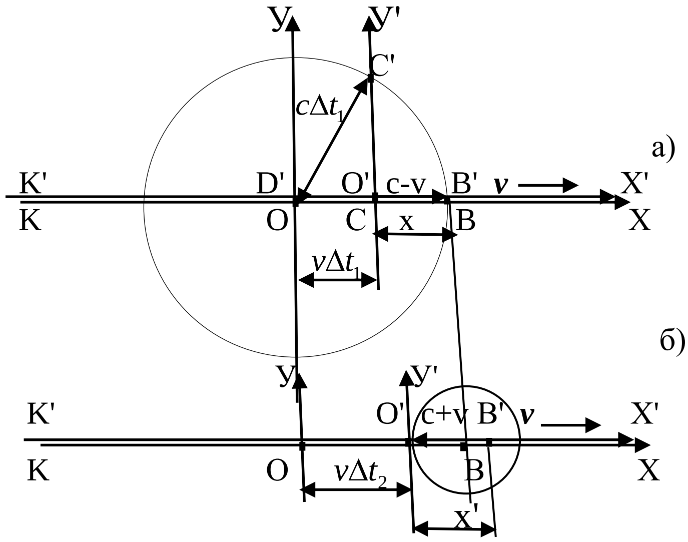

Рис. 1. Взаимное положение систем: ***а***) в момент времени t_1 и ***б***) в момент t_2; оси систем координат Z и Z' не показаны - они аналогичны осям У и У'.

Допустим, что в начальный момент при $t_O = t'_{O'} = 0$, когда начала *систем координат* (СК) О и О' обеих *систем отсчёта* (СО) совпадали, в этой их общей точке была произведена импульсная вспышка света. А так как покоящейся *принята* система К, то далее световой фронт распространяется сферически со скоростью ***с*** от точки О. Через некоторую длительность $\Delta t_1 = t_1$, где t_1- показания на всех часах в К, взаимное положение обеих СО и светового фронта будет таким, как показано на рис. 1а). Справа от начал обеих СК свет прибудет в некоторую точку В системы К, совпадающую с точкой В' системы К'. В точке В' свет отражается назад к точке О' и прибывает туда в некоторый момент времени $t_2 = \Delta t_2$ по показаниям часов системы К (положение ***б***).

Так как система К' движется вправо со скоростью ***v***, то относительно точки О' свет к точке В' распространялся со скоростью $c - v$. А после отражения в точке В' он возвращался назад к точке О' с относительной скоростью $c + v$.

Обозначим координату точки В' на оси X' как $x'_{B'}$, а координату точки В на оси X как x_B. Обозначим также показания часов в точке В' в положении а) как $t'_{B'}$, а показания часов в точке В как t_B. Наша задача заключается в том, чтобы найти те соотношения, которые связывают между собой эти пространственные и временные координаты точек.

Свой *вывод* ПЛ будем строить, исходя из предположения Лоренца, что абсолютное динамическое движение в покоящейся вцелом среде мирового пространства (в эфире) часов *замедляет их ход*, а твёрдые тела, включая оси всех наших СК и жёсткие эталоны их разметки, уменьшают свою протяжённость (как бы *сжимаются*) вдоль направления движения.

Выразим *замедление хода* движущихся эталонных часов в виде отношения $\Delta t'_Э = \Delta t_Э \alpha$, (1)

где: $\Delta t_Э = 1сек$ - *объективно реальная длительность* (т.е. $\Delta = 1сек$) принятого временнóго эталона $t_Э = 1$, которая задаёт *ход объективно реально* неподвижных часов; $\Delta t'_Э > 1сек$ - *длительность* (т.е. $\Delta > 1сек$) временнóго эталона $t'_Э = 1$ движущихся часов с *реально замедленным ходом (*т.е. *их эталонная 1сек объективно реально уже длится дольше, чем 1сек покоящихся часов*).

Величину $\alpha > 1$ назовём коэффициентом *замедления хода* часов, зависящим от их абсолютной скорости движения ***v*.**

Тогда, например, движение луча в замкнутом цикле от O' к B' и назад к O' (рис.1) даст *связь* между затраченным в системах К и К' на это временем, измеренным их часами, $\Delta t_2 = \Delta t'_2 \alpha$, или $\Delta t_2 / \Delta t'_2 = \alpha$ (2)

Выразим также уменьшение протяжённости *эталонов* твёрдых тел (их как бы *сжатие*) вдоль направления движения в виде отношения

$$\Delta l' = \Delta l \gamma, \qquad (3)$$

где: Δl – протяжённость реально покоящегося твёрдого эталона;
$\Delta l'$ – протяжённость уже сжатого того же эталона; $\gamma < 1$ - коэффициент сжатия, тоже зависящий от абсолютной скорости движения ***v***.

Тогда *отношение длин* реально покоящегося и того же динамически движущегося твёрдого тела, например, жёсткого стержня, измеренное в системах К и К' их эталонами, будет $L' = L / \gamma$ (4)

Коэффициенты $\alpha > 1$ и $\gamma < 1$ нам тоже предстоит определить.

Снова обратимся к рис. 1 и на его основе сделаем рис. 2.

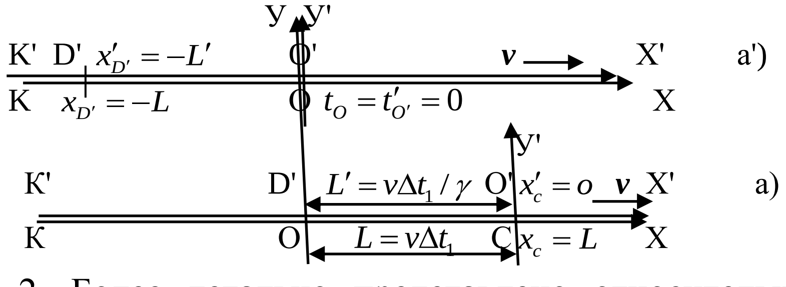

Рис. 2. Более детально представлено относительное движение систем К и К' в момент а), а также добавлен начальный момент а').

Вот теперь мы готовы к *наглядному анализу* своего эксперимента.

Из положения а) видно, что в системе К длина OO' равна $L = v\Delta t_1$. Наблюдатель в системе К' против точки O' именно такой и увидит в этот момент координату $x_c = L = v\Delta t_1$ точки С системы К.

Но *длину* OO' в системе К', с её *сжатым* эталоном в соответствии с (4), можно определить через координату точки D' против точки O системы К как $L' = v\Delta t_1 / \gamma$, (5)
т.е. она будет в К' *численно* больше длины ОС в К.

С другой стороны, показания часов системы К' в точке O', когда она будет против точки С, с учётом замедления их хода будут равны $t'_{O'} = \Delta t'_1 = \Delta t_1 / \alpha$. Но в *этот же момент* показания часов в точке D' уже будут больше на величину $vx'_{D'} / c^2$ (см. [2]), и с учётом (5) составят

$$t'_{D'} = \Delta t_1 / \alpha + v^2 \Delta t_1 / c^2 \gamma = \Delta t_1 (\frac{1}{\alpha} + \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{1}{\gamma}). \quad (6)$$

Тогда в К' расстояние D'O' равное $L' = v\Delta t_1 / \gamma$, можно выразить и через показания часов в её точке D' против точки O, т.е. через время (6) как

$$L' = vt'_{D'} = v\Delta t_1 (\frac{1}{\alpha} + \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{1}{\gamma}). \quad (7)$$

То есть расстояние OO'=D'O', если его измерить эталонами протяжённости и длительности системы К', можно выразить или как (5), или как (7). А поскольку это должно быть одно и то же число, то можно записать равенство $v\Delta t_1 / \gamma = v\Delta t_1 (\frac{1}{\alpha} + \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{1}{\gamma})$, или $1/\gamma = \frac{1}{\alpha} + \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{1}{\gamma}$,

откуда $\frac{\gamma}{\alpha} = (1 - \frac{v^2}{c^2})$. А уже с учётом того, что $\alpha > 1$ и $\gamma < 1$, можем принять их выражение в форме $\alpha = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ и $\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2}$. Из чего следует, что $1/\gamma = \alpha$, или $1/\alpha = \gamma$. (8)

Обращаемся снова к рис. 1 и уже рассмотрим положение 1б), которое соответствует *моменту* Δt_2. К этому моменту свет в К' совершает замкнутый цикл движения дважды пройдя в К расстояние x. В системе К' в соответствии с (4) оно равно $x' = x / \gamma$.

Тогда $$\Delta t_2 = \frac{x}{(c - v)} + \frac{x}{(c + v)} = \frac{x'\gamma}{(c - v)} + \frac{x'\gamma}{(c + v)} = \frac{2x'\gamma \cdot c}{(c^2 - v^2)}. \quad (9)$$

Но в соответствии с (2) в точке O' в *момент* Δt_2 будет зарегистрировано время $\Delta t'_2 = \Delta t_2 / \alpha$. С другой стороны, *опытные* измерения скорости света в замкнутом цикле по прямой дают нам основание принять $2x'/c = \Delta t'_2$. Подставляя это значение в выражение

(9) для Δt_2, можем записать, что $\Delta t_2 = \frac{(2x'/c)\gamma \cdot c^2}{(c^2 - v^2)} = \Delta t_2' \frac{\gamma}{(1 - v^2/c^2)}$, или $\frac{\Delta t_2}{\Delta t_2'} = \frac{\gamma}{(1 - v^2/c^2)}$. Далее, опять же с учётом (2), имеем $\alpha = \frac{\gamma}{(1 - v^2/c^2)}$, а с учётом (8) $\frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma}{(1 - v^2/c^2)}$, или $\gamma^2 = (1 - v^2/c^2)$, И в конечном итоге данный расчёт даёт нам: $\gamma = \sqrt{1 - v^2/c^2}$ и $\alpha = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. 10)

Отсюда выражение для *замедления хода часов*, а не времени, при их абсолютном динамическом движении в мировом пространстве запишется как $\Delta t' = \Delta t\sqrt{1 - v^2/c^2}$, а *изменение* длин твёрдых тел как $l' = l/\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

А теперь ещё раз вернёмся к рис. 1а). Из него сразу же видно, что для произвольно взятых точек B и B', в соответствии с принятыми выше обозначениями их координат и $\Delta t_1 = t_1$, можно записать:

$$x'_{B'} = \frac{x_B - vt_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} . \qquad (11)$$

Кроме того, показания часов в B будут $t_B = x_B/c$, а *в соответствии с ПО* и в точке B' $t'_{B'} = x'_{B'}/c$. Тогда (11) можно переписать как

$$t'_{B'}c = \frac{t_B c - v x_{B'}/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \quad \text{или} \quad t'_{B'} = \frac{t_B - v x_B/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} . \qquad (12)$$

Из рис. 1а) также видно, что координата точки C' по оси У в системе К будет $y = \sqrt{(c\Delta t_1)^2 - (v\Delta t_1)^2} = \Delta t_1\sqrt{c^2 - v^2}$. Но *в соответствии с ПО* свет в К' вдоль оси У' от точки O' к точке C' движется со скоростью ***c***. Тогда в момент а) координата точки C' будет $y' = c\Delta t_1'$. И отношение $\frac{y}{y'} = \frac{\Delta t_1\sqrt{c^2 - v^2}}{\Delta t_1' c} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_1'}\sqrt{1 - v^2/c^2}$. А так как $\Delta t_1' = \Delta t_1\sqrt{1 - v^2/c^2}$, то $y/y' = 1$, и $y' = y$. Точно так же, взяв точку на оси Z', можно получить для неё $z' = z$. И тогда полный набор преобразований координат и показаний часов для совпадающих в обеих ИСО точек будет:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \; y' = y, \; z' = z, \; t' = \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} . \qquad (13)$$

Это и есть прямые **преобразования Лоренца**. Обратные преобразования легко выводятся из прямых. Если разрешить эту систему уравнений относительно x, y, z, и t, то получим:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \; y = y', \; z = z', \; t = \frac{t' + vx'/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} . \qquad (14)$$

На этом, хотя и не совсем простой, но зато без противоречий [4], *физически наглядный* вывод преобразований Лоренца, а также *замедления хода часов* и продольное как бы *сжатие* эталонов твёрдых тел и самих тел *при их абсолютном динамическом движении* закончен**.**

Ссылки:

1. Бриллюэн Л. Новый взгляд на теорию относительности. М.: Мир, 1972.

2. Сигнальная процедура сверки показаний разноместных часов ИСО в СТО. http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/230205195755.pdf

3. Абсолютная система отсчёта и принцип постоянства скорости света в ней http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/230820183912.pdf

4. Логические противоречия в трактовке СТО Эйнштейном. http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/221128200324.pdf