# Возможная модель аномалии смещения частоты сигналов зондов Пионер 10 и Пионер 11 .

Л. Римша
laimontas.rimsa@yahoo.com

В. Римша
viktor@pasvalys.lt

Показано, что имеется возможность обьяснить так называемое аномальное смещение частоты сигналов космических зондов Пионер 10 и Пионер 11 в рамках общепринятого рассмотрения смещения частоты сигналов .

## 1.Введение.

Если аномальный сигнал зондов Пионер 10 и Пионер 11 обусловлен дополнительным продольным эффектом Допплера первого порядка, то это означает необходимость изменить и уравнения движения тел в гравитационном поле ( ввести какие то новые силы и т.д. ), что довольно сложно согласовать с другими данными. Многие авторы подчеркивают именно это обстоятельство и то, что это аномальное смещение частоты сигнала, все таки, может быть и не обусловленным ускорением самих зондов.

Мы попытались рассмотреть возможную альтернативу продольному эффекту Допплера первого порядка. Общепринято считать, что если сигнал послан станцией к зонду, и в последующем этот же сигнал возвращается в станцию, то при таком пути сигнала ( two-ways ), происходит полная компенсация гравитационного смещения частоты и поперечного эффекта Допплера 2 порядка ( как, например, в разделе 3 [8] ). Мы попытались учесть, что станция и зонд двигаются в гравитационном поле и , так как сигналы все же обрабатываются за конечный промежуток времени, то и при посылке сигнала с Земли на зонд и при возвращении этого же сигнала с зонда на станцию, из за движения станции и зонда , меняются с момента излучения сигнала до момента принятия сигнала ( и для обратного процесса ) скорости и гравитационные потенциалы станции и зонда. Это обстоятельство и приводит к тому что , в случае и такого пути сигнала (two-ways), все же не происходит полная компенсация гравитационного смещения частоты и поперечного эффекта Допплера 2 порядка. Величина и свойства этой нескомпенсированной части эффекта смещения частоты довольно хорошо согласуются с наблюдаемым аномальным смещением частоты сигналов Пионера 10 и Пионера 11.

## 2. Приближение медленного изменения частоты во времени.

Обозначить величины следующим образом:

$\vec{v}$ - скорость приемника сигналов относительно излучателя ,

$f$ - частота сигнала , посылаемого неподвижным излучателем ,

$f'$ - частота сигнала принятого приемником , имеющим скорость $\vec{v}$ ,

$\Phi$ - гравитационный потенциал в точке нахождения излучателя в момент излучения сигнала ,

$\Phi'$ - гравитационный потенциал в точке наждения приемника в момент приема сигнала.

В этом случае приемник сигналов от излучателя примет следующую частоту

$$f' \approx f(1 - \frac{v}{c}\cos\alpha + \frac{1}{c^2}(\frac{v^2}{2} - \Phi' + \Phi)) \qquad (1)$$

Относительное смещение частоты принимаевого сигнала приемником будет

$$z = \frac{f' - f}{f} \approx -\frac{v}{c}\cos\alpha + \frac{1}{c^2}(\frac{v^2}{2} - \Phi' + \Phi) \qquad (2)$$

Если обозначить вклад в относительное смешение частоты продольного эффекта Допплера первого порядка как $z_D = -\frac{v}{c}\cos\alpha$ , а вклад релятивистких поправок как $z_R \approx \frac{1}{c^2}(\frac{v^2}{2} - \Phi' + \Phi)$, то ( 2 ) можно переписать следующим образом

$$z = z_D + z_R \qquad (3)$$

Относительные смещения частоты сигналов ( и относительные смещения длин волн ), в случае гравитационного смещения и поперечного эффекта Допплера , не зависят ни от системы отсчета , ни от системы координат в которой рассматриваются эти эффекты. Приведем цитату из [1] (с.296 )
**Нужно также подчеркнуть, что из полученного выражения следует, что относительное изменение длины волны будет одним и тем же в любой части спектра. Необходимо также отметить, что найденные отношения длин – наблюдаемая величина, которая имеет одно и то же численное значение вне зависимости от вида употребляемых при вычислении координат.**

Из за движения приемника сигналов в гравитационном поле, частота принимаемых им сигналов меняется во времени

$$\frac{df'}{dt} \approx \frac{d}{dt} f(1 - \frac{v}{c}\cos\alpha + \frac{1}{c^2}(\frac{v^2}{2} - \Phi' + \Phi)) \qquad (4)$$

Если изменения во времени параметров величины ( в нашем случае это скорости станции и зонда и их гравитационные потенциалы ) происходят медленно по сравнению с изменениями во времени самой величины ( в нашем случае это колебательный процесс атомных часов, СВЧ генераторов, резонаторов и т.д. ) , то для учета изменения самой величины, обусловленного изменением параметров во времени, можно пользоваться условно-периодическим приближением ( адиабатическим ) [2](с. 193 ) .

В нашем случае, в таком приближении можно написать

$$\frac{df'}{dt} \approx f\frac{d}{dt}(-\frac{v}{c}\cos\alpha + \frac{1}{c^2}(\frac{v^2}{2} - \Phi' + \Phi)) \qquad (5)$$

Сама производная по времени функции , имеющей те же переменные величины что и ( 4 ), равна

$$\frac{d}{dt}(-\frac{v^2}{2c^2}+\frac{\Phi}{c^2}) = -\frac{1}{c^2}\vec{v}\frac{d\vec{v}}{dt}+\frac{1}{c^2}(\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\vec{\nabla}\Phi\vec{v}) \qquad (6)$$

Если $\Phi$ потенциал статического поля , то тогда $\frac{\partial\Phi}{\partial t}=0$.

Если же и само движение происходит только под влиянием силы гравитационного поля, то в этом случае еще и выполняется условие $\frac{d\vec{v}}{dt}=-\vec{\nabla}\Phi$ . Тогда ( далее везде мы и будем придерживаться этих условий ) ( 6 ) можно упростить следующим образом

$$\frac{d}{dt}(-\frac{v^2}{2c^2}+\frac{\Phi}{c^2}) \approx -\frac{2}{c^2}\vec{v}\frac{d\vec{v}}{dt}=\frac{2}{c^2}\vec{\nabla}\Phi\vec{v} \qquad (7)$$

Примем что , при рассмотрениии смещения частоты сигналов от зондов Пионер 10 и Пионер 11 , вклад продольного эффекта Допплера первого порядка везде учтен полностью ( и относительное смещение частоты и изменение этой величины во времени ) и поэтому будем рассматривать только величину $z_R$ и ее изменение во времени. Везде далее будем придерживаться условия, что сигнал с Земли к космическим зондам посылает и принимает та же самая станция . Рассматривать процесс посылки и приема сигналов будем в барицентрической системе отсчета Солнечной системы и нашим координатным временем будет барицентрическое координатное время .

## 3.Смещение частоты принимаемых сигналов от зондов Пионер 10 и Пионер 11.

Далее под термином зонд будем подразумевать зонды Пионер10 и Пионер 11. Наши обозначения величин следующие :

$t$ - барицентрическое координатное время,

$T$ - геоцентрическое координатное время,

$\vec{V}_P$ - скорость зонда в системе отсчета барицентра Солнечной системы в момент приема сигнала с Земли ,

$\vec{V}'_P$ - скорость зонда в системе отсчета барицентра Солнечной системы в момент посылки сигнала на Землю обратно,

$\vec{V}_S$ - скорость станции приема и посылки сигналов в системе отсчета барицентра Солнечной системы во время отправления сигнала ,

$\vec{V}'_S$ - скорость станции приема и посылки сигналов в системе отсчета барицентра Солнечной системы в момент приема сигнала ,

$\Phi_P$ - ньютоновый потенциал в точке нахождения зонда ( в момент приема сигнала ),

$\Phi_E$ - ньютоновый потенциал в точке посылки сигнала с Земли ( в момент излучения ),

$\Phi'_P$ - ньютоновый потенциал в точке нахождения зонда ( в момент посылки сигнала ),

$\Phi'_E$ - ньютоновый потенциал в точке приема сигнала на Земле ( в момент приема ),

Из общий формул ( двух путей сигнала ) преобразования частот следует что относительное смещение частоты $f'$ сигнала принятого на станции следующим образом завист от частоты $f$, посланной той же станцией на зонд

$$z_R = z_R{}^1 + z_R{}^2 \qquad (8)$$

Относительное смещение частоты при передача сигнала на зонд со станции ( станция и зонд двигаются в барицентрической системе )

$$z_R{}^1 \approx \frac{1}{c^2}\{(-\frac{V_S{}^2}{2}+\frac{V_P{}^2}{2})+(\Phi_E-\Phi_P)\}$$

Относительное смещение частоты при передача сигнала обратно с зонда на станцию ( станция и зонд двигаются в барицентрической системе )

$$z_R{}^2 \approx \frac{1}{c^2}\{(\frac{V_S'{}^2}{2}-\frac{V_P'^2}{2})+(\Phi'_P-\Phi'_E)\}$$

Тогда полное относительное смещение частоты принятого сигнала

$$z_R \approx \frac{1}{c^2}\{\frac{V_S'^2}{2}-\frac{V_S{}^2}{2}-\Phi'_E+\Phi_E-\frac{V_P'^2}{2}+\frac{V_p{}^2}{2}+\Phi'_P-\Phi_P\} \qquad (9)$$

Можно ( 9 ) переписать следующим образом

$$z_R = z_R{}^S + z_R{}^P \qquad (10)$$

Относительное смещение частоты из за движения станции будет

$$z_R{}^S \approx \frac{1}{c^2}(\frac{V_S'^2}{2}-\frac{V_S{}^2}{2}-\Phi'_E+\Phi_E) \qquad (11)$$

Относительное смещение частоты из за движения зонда будет

$$z_R{}^P \approx \frac{1}{c^2}(-\frac{V_P'^2}{2}+\frac{V_p{}^2}{2}+\Phi'_P-\Phi_P) \qquad (12)$$

Все же, все наблюдения за изменением во времени относительного смещения частоты сигналов производятся не в барицентринтрической системе отсчета, а в геоцентрической системе отсчета. Но в нашем приближении это несущественно , так как если расматривать производную по времени величины порядка ~ $\frac{F}{c^2}$, то можно приравнять производные $\frac{1}{c^2}\frac{dF}{dt}=\frac{1}{c^2}\frac{dT}{dt}\frac{dF}{dT}\approx\frac{1}{c^2}\frac{dF}{dT}$ , так как $\frac{dT}{dt} \approx 1$ тоже с точностью до членов порядка $\sim \frac{1}{c^2}$. Сама же функция (любая функция относительного смещения частоты сигналов ) $F$ в этом приближении , как мы и указывали выше в разделе 2 , не зависит от системы отсчета и системы координат.

## 4. Основная часть аномального смещения частоты сигнала.

Значение относительного смещения частоты из за движения самого зонда равно

$$z_R{}^P \approx \frac{1}{c^2}(-\frac{V_P'^2}{2} + \frac{V_p{}^2}{2} + \Phi_P' - \Phi_P) \approx \frac{1}{c^2}\{-(\frac{V_P'^2}{2} - \frac{V_p{}^2}{2}) + (\Phi_P' - \Phi_P)\} \qquad (13)$$

Так как эта величина зависит от промежутка времени между моментом приема на зонде сигнала и моментом отправления этого сигнала обратно на Землю, то рассмотрим относительный сдвиг частоты $z_R{}^P$ за единицу времени.

$$\frac{dz_R{}^P}{dt} \approx \frac{d}{dt}(-\frac{1}{c^2}\frac{V_P{}^2}{2} + \frac{1}{c^2}\Phi_P) \qquad (14)$$

Из формулы ( 6 ) следует что

$$\frac{dz_R{}^P}{dt} \approx \frac{d}{dt}(-\frac{1}{c^2}\frac{V_P{}^2}{2} + \frac{1}{c^2}\Phi_P) \approx \frac{2}{c^2}\vec{\nabla}\Phi_P\vec{V}_P \qquad (15)$$

Физическая интерпретация ( 15 ), в случае удаления зонда от источника гравитационного поля, следующая – при удалении от источника поля и гравитационное смещение частоты сигнала увеличивается ( в фиолетовую сторону ) и увеличивается смещение сигнала обусловленное поперечным эффектом Допплера.Тут имеется ввиду сигнал, который , после обработки данных, зонд отсылает обратно на станцию. Этот эффект , на фоне смещения частоты продольного эффекта Допплера первого порядка ( отрицательного смещения частоты – зонд удаляется от источника поля и станции сигналов ) , кажется как уменьшение вклада продольного эффекта Допплера. Тем самым, с точки зрения только продольного эффекта Допплера первого порядка , кажется что, удаление зонда от станции и источника поля , происходит медленней.

Оценим величину эффекта ( 15 ), применительно к космическим зондам Пионер 10 и Пионер 11. Если учитываем только потенциал поля Солнца на расстоянии $20AU$ и , при этом, радиальная скорость удаления зонда от Солнца $V_P \approx 10\frac{km}{s}$, то получается $\frac{dz_R{}^P}{dt} \approx 3{,}3 \cdot 10^{-18}(s^{-1})$ .

Такое значение изменения во времени относительного смещения частоты сигнала согласуется с величиной изменения во времени аномального смещения частоты зондов Пионер 10 и Пионер 11 [3] .

Эта величина положительна во время движения зонда от Солнца – относительная частота увеличивается ,так как этот эффект уменьшает красное смещение эффекта Допплера первого порядка. Этот эффект и ориентирован к направлению Солнца. В том случае, когда радиальная скорость зонда направлена к источнику гравитационного поля , величина ( 15 ) будет отрицательной. Можно заметить , что наличие подобных , с изменением знака ( пока не имеющих обьяснения ), сдвигов частот сигналов наблюдаются и для других космических зондов, пролетающих, например, в гравитационном поле Земли [4].

Следует отметить, что величина ( 15 ) , при увеличением расстояния зонда от Солнца, заметно уменьшается, что в свою очередь несогласуется с утверждениями в [3] . Но все же можно заметить, что утверждения о том что аномальный эффект смещения частоты сигнала имеет постояную величину на огромных расстояниях, пока не доказан достаточно строго, так как имеются данные на отдельно каждый зонд Пионер 10 и Пионер 11 в сравнительно небольших интервалах и только ,при условии наличия данных для обоих зондов на огромных расстояниях , можно было бы сделать такое заключение.

Согласно же ( 15 ), оба зонда имеют разные смещения частоты в разных точках своих гиперболических траекторий . Только при сравнивании смещений частоты обоих зондов ( при одинаковых условиях - расстояния, радиальные скорости ) можно доказать постоянство смещения частоты на огромных расстояниях от Солнца.

## 5. Две части аномального смещения частоты сигнала из-за движения станции в потенциале поля Солнца.

Значение относительного ( в барицентрической системе отсчета ) смещения частоты из за движения станции равно

$$z_R{}^S \approx \frac{1}{c^2}\left(\frac{V_S'^2}{2} - \frac{V_S{}^2}{2} - \Phi'_E + \Phi_E\right) \qquad (16)$$

Потенциал в точке нахождения излучателя сигнала с Земли ( в момент излучения сигнала ) и потенциал в точке приемника сигнала на Земле ( в момент приема сигнала ) выразим следующим образом

$\Phi_E = \overline{U}_E + U_E$

$\Phi'_E = \overline{U}'_E + U'_E$

Здесь :

$\overline{U}_E$ - потенциал Солнца в точке излучения сигнала ( в момент излучения ),

$U_E$ - потенциал гравитационного поля Земли в точке излучения сигнала ( в момент излучения ),

$\overline{U}'_E$ - потенциал Солнца в точке приема сигнала на Земле ( в момент приема сигнала ),

$U'_E$ - потенциал гравитационного поля Земли в точке приема сигнала ( в момент приема сигнала ),

Потенциал гравитационного поля Земли в точках излучения и приема сигнала не меняется во времени. Если рассматривать тот случай, когда сигнал излучает и принимает та же станция , то тогда во все моменты времени $U_E = U'_E$ и этот потенциал далее не пишем в формулах .

Учитываем потенциал поля Солнца $\overline{U}$ в приближении однородного поля ( у нас рассмотрение эффекта делается в барицентрической системе отсчета ).

$$\overline{U} \approx \overline{U}(\vec{R}_E) + \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}_E)\vec{r}_S$$

Здесь :

$\vec{R}_E$ - радиус-вектор центра Земли в барицентрической системе,

$\vec{r}_S$ - радиус-вектор станции посылки и приема сигналов относительно центра Земли.

Скорости станции тоже выразим подобным образом -.

$$\vec{V}_S \approx \frac{d\vec{R}_E}{dt} + \frac{d\vec{r}_S}{dt}$$

$$\vec{V}'_S \approx \frac{d\vec{R}'_E}{dt} + \frac{d\vec{r}'_S}{dt}$$

В этом случае для моментов посылки и приема сигналов станцией потенциалы станции следующие

$$\Phi_E \approx \overline{U}(\vec{R}_E) + \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}_E)\vec{r}_S \qquad (17)$$

$$\Phi'_E \approx \overline{U}(\vec{R}'_E) + \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}'_E)\vec{r}'_S$$

Преобразуем далее вклады скоростей станции

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{V_S'^2}{2} - \frac{V_S^2}{2}\right) \approx \frac{1}{c^2}\left(\frac{\left(\frac{d\vec{R}'_E}{dt} + \frac{d\vec{r}'_S}{dt}\right)^2}{2} - \frac{\left(\frac{d\vec{R}_E}{dt} + \frac{d\vec{r}_S}{dt}\right)^2}{2}\right) \qquad (18)$$

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\left(\frac{d\vec{R}'_E}{dt} + \frac{d\vec{r}'_S}{dt}\right)^2}{2}\right) \approx \frac{1}{c^2}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{R}'_E}{dt}\right)^2 + \frac{d\vec{r}'_S}{dt}\frac{d\vec{R}'_E}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{r}'_S}{dt}\right)^2\right\}$$

$$\frac{1}{c^2}\left(\frac{\left(\frac{d\vec{R}_E}{dt} + \frac{d\vec{r}_S}{dt}\right)^2}{2}\right) \approx \frac{1}{c^2}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{R}_E}{dt}\right)^2 + \frac{d\vec{r}_S}{dt}\frac{d\vec{R}_E}{dt} + \frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{r}_S}{dt}\right)^2\right\}$$

$\left(\frac{d\vec{r}_S}{dt}\right)^2$ и $\left(\frac{d\vec{r}'_S}{dt}\right)^2$ - не зависят от времени и сокращаются при нахождении разности квадратов скоростей станции. Тогда вклад скоростей ( 18 ) примет следующий вид

$$\frac{1}{c^2}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{R}'_E}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\vec{R}_E}{dt}\right)^2 + \frac{d\vec{r}'_S}{dt}\frac{d\vec{R}'_E}{dt} - \frac{d\vec{r}_S}{dt}\frac{d\vec{R}_E}{dt}\right\}$$

Вклад в относительное смешение частоты самой станции ( 11 ), можно представить как сумму двух членов

$$z^S{}_R = (z^S{}_R)_A + (z^S{}_R)_D$$

$$(z^S{}_R)_A = \frac{1}{c^2}\{\frac{1}{2}(\frac{d\vec{R}'_E}{dt})^2 - \frac{1}{2}(\frac{d\vec{R}_E}{dt})^2 + \overline{U}(\vec{R}_E) - \overline{U}(\vec{R}'_E)\} \qquad (19)$$

$$(z^S{}_R)_D = \frac{1}{c^2}\{\frac{d\vec{r}'_S}{dt}\frac{d\vec{R}'_E}{dt} - \frac{d\vec{r}_S}{dt}\frac{d\vec{R}_E}{dt} + \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}_E)\vec{r}_S - \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}'_E)\vec{r}'_S\} \qquad (20)$$

## 6. Годовая гармоника аномального смешения частоты сигнала.

Как известно, в аномальном сигнале зондов Пионер 10 и Пионер 11 присутствует годовая гармоника. Рассмотрим изменение во времени величины $(z^S{}_R)_A$.

$$\frac{d}{dt}(z^S{}_R)_A \approx \frac{1}{c^2}\frac{d}{dt}\{(\frac{1}{2}(\frac{d\vec{R}'_E}{dt})^2 - \overline{U}(\vec{R}'_E) - (\frac{1}{2}(\frac{d\vec{R}_E}{dt})^2 - \overline{U}(\vec{R}_E)) \qquad (21)$$

$$t' \approx t + \frac{2\rho}{c}$$

$\rho$ **-** расстояние от Земли до зонда в момент принятия и отправки обратно на Землю этим зондом сигнала .

В разделе 5 в [7] рассмотренна похожая задача . Мы с самого начала отбрасываем постоянные ( не зависящие от времени ) члены и , таким образом, в производной по времени делаем следующую замену

$$\frac{1}{c^2}(\frac{1}{2}(\frac{d\vec{R}_E}{dt})^2 - \overline{U}(\vec{R}_E)) \to \frac{2GM_S}{c^2}(\frac{1}{R_E} - \frac{1}{a}) \to \frac{2GM_S}{ac^2}\frac{e\cos E}{1 - e\cos E} \qquad (22)$$

$M_S$ - масса Солнца,

$G$ - гравитационная константа,

$e$ - эксцентрицитет орбиты Земли ( $e \approx 0{,}02$ ),

$a$ - малая полуось орбиты ( $a \approx 1AU$ ),

$E$ **-** эксцентрическая аномалия в момент времени $t$,

$E'$ - эксцентрическая аномалия в момент времени $t'$.

$$E \approx \sqrt{\frac{GM_S}{a^3}}(t - t_p) \qquad (23)$$

$t_p$ -момент времени нахождения Земли в перигелие своей орбиты .

Следовательно

$$\frac{d}{dt}(z^S{}_R)_A \approx \frac{d}{dt}\{(\frac{2GM_S e}{ac^2})(\frac{\cos E'}{1 - e\cos E'} - \frac{\cos E}{1 - e\cos E})\} \approx \frac{d}{dt}\{(\frac{2GM_S e}{ac^2})(\cos E' - \cos E)\}$$

$$\frac{d}{dt}(z^S{}_R)_A \approx \frac{d}{dt}\{(\frac{2GM_S e}{ac^2})(-2\sin(\frac{E' + E}{2})\sin(\frac{E' - E}{2})\} \qquad (24)$$

$$\frac{d}{dt}(z^S{}_R)_A \approx -2\frac{d}{dt}\{(\frac{2GM_S e}{ac^2})\sqrt{\frac{GM_S}{a^3}}\frac{2\rho}{c}\sin(\sqrt{\frac{GM_S}{a^3}}(t-t_p)\}$$

$$\frac{d}{dt}(z^S{}_R)_A \approx -2(\frac{2GM_S e}{ac^2})\sqrt{\frac{GM_S}{a^3}}\frac{2\rho}{c}(\sqrt{\frac{GM_S}{a^3}})\cos(\sqrt{\frac{GM_S}{a^3}}(t-t_p\} \qquad (25)$$

Амплитуда по своей величине равна , в случае расстояния до зонда $\rho \approx 20AU$ ,

$$2(\frac{2GM_S e}{ac^2})\sqrt{\frac{GM_S}{a^3}}\frac{2\rho}{c}(\sqrt{\frac{GM_S}{a^3}} \approx 8\rho(\frac{eG^2M^2{}_S}{a^4c^3}) \approx 50\cdot 10^{-20}(s^{-1}) \approx 0{,}5\cdot 10^{-18}(s^{-1})$$

Амплитуда производной по времени $\frac{d}{dt}(z^S{}_R)_A$ зависит от расстояния до зонда – с увеличением этого расстояния амплитуда годовой гармоники сигнала увеличивается.

## 7. Возможная суточная гармоника аномального смещения частоты сигнала.

В аномальном сигнале смещения частоты космических зондов Пионер 10 и Пионер 11 наблюдаются и суточные гармоники. Можно предположить , что таким образом проявляется влияние на смещение частоты сигнала потенциала однородного поля Солнца и влияние вращения Земли вместе со станцией. Чуть подробнее рассмотрим величину вида ( 20 ).

$$(z^S{}_R)_D = \frac{1}{c^2}\{\frac{d\vec{r}'_S}{dt}\frac{d\vec{R}'_E}{dt} - \frac{d\vec{r}_S}{dt}\frac{d\vec{R}_E}{dt} + \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}_E)\vec{r}_S - \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}'_E)\vec{r}'_S\}$$

Если пользоваться следующим приближением

$\vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}_E) \approx \vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}'_E) \approx -\frac{d^2\vec{R}_E}{dt^2} \approx -\frac{d^2\vec{R}'_E}{dt^2}$ и $\frac{d(\vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}_E))}{dt} \approx \frac{d(\vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}'_E))}{dt} \approx 0$,то тогда получим

$$\frac{d(z^S{}_R)_D}{dt} \approx \frac{1}{c^2}\{(\frac{d^2\vec{r}'_S}{dt^2}\frac{d\vec{R}'_E}{dt} - \frac{d^2\vec{r}_S}{dt^2}\frac{d\vec{R}_E}{dt}) + 2\vec{\nabla}\overline{U}(\vec{R}_E)(\frac{d\vec{r}_S}{dt} - \frac{d\vec{r}'_S}{dt})\}$$

Видно , что в этом случае, величины $\frac{d\vec{r}'_S}{dt}, \frac{d\vec{r}_S}{dt}, \frac{d^2\vec{r}'_S}{dt^2}, \frac{d^2\vec{r}_S}{dt^2}$ зависят от географической широты станции на поверхности Земли, по этой причине суточный эффект смещения частоты для разных станций приема и посылки сигналов может быть разным . Интересно, что в результатах наблюдений присутствует такой эффект [5].

## 8. Заключение.

Хотя все наши выкладки делались в барицентрической системе отсчета, все таки, все наблюдения проводятся в геоцентрической системе отсчета. Эти наблюдения указывают на наличие суточных гармоник в аномальном сигнале зондов Пионер 10 Пионер 11. Если эти суточные гармоники сигнала в геоцентрической системе отсчета обусловленны однородным гравитационным полем Солнца и движением станции в геоцентрической системе отсчета ( как в нами рассмотренной молели ), то это ставит под сомнение принцип эквивалентности, так как станция вместе с Землей свободно падает в гравитационном поле Солнца.

Сами зонды тоже свободно падают в гравитационном поле Солнца по гиперболическим траекториям. Если это падение зондов это инерциальное движение ( согласно принципу эквивалентности ), то тот факт что , если на смещение частоты сигналов зондов влияют первые производные потенциала поля в котором и происходит это свободное гиперболическое падение, тоже вряд ли совместим с принципом эквивалентности.

То, что именно такого рода нарушение принципа эквивалентности вполне возможно , ранее мы указали в [6] .

**Литература**

1.Р.Толмен Относительность , термодинамика и космология 1974
2.Л.Д.Ландау,Е.М.Лифшиц Механика том 1 1973
3.M.M.Nieto,J.D.Anderson
http://xxx.lanl.gov/PS_cache/arxiv/pdf/0709/0709.3866v1.pdf
4.J.D.Anderson,J.K.Campbell,M.M.Nieto
http://xxx.lanl.gov/PS_cache/astro-ph/pdf/0608/0608087v2.pdf
5.A.Levy,B.Cristophe,P.Berio,G.Metris,J.M.Courty,S.Reynaud
http://xxx.lanl.gov/PS_cache/arxiv/pdf/0809/0809.2682v2.pdf
6.Л.Римша,В.Римша http://www.chronos.msu.ru/RREPORTS/rimsha_makh.pdf
7.N.Ashby http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2003-1/
8. Н.Г.Басов,О.Н.Крохин,А.Н.Ораевский,Г.М.Страховский,В.Н.Чихаев
http://ufn.ru/ufn61/ufn61_9/Russian/r619a.pdf