Критические замечания к законам Гаусса и Вебера.

Беляев В. Г. Киевская обл., г. Фастов. 10.04.2011г.

В настоящее время в связи с давно наступившим кризисом в физике все чаще звучат призывы о ревизии электродинамики. В связи с этим возрос интерес к теориям Гаусса и Вебера и даже предпринимаются попытки их реанимации. Показано, что законы Гаусса и Вебера не эквивалентны, как об этом утверждается во многих публикациях по физике. Наоборот это законы, которые исключают друг друга.

Теория Вебера, безраздельно господствовавшая во всех учебниках физики и теоретических работах вплоть до семидесятых годов XIX века, сейчас фактически забыта и ее нет в современных учебниках. О ней упоминается, и то лишь поверхностно, в литературе по истории физики. Теория Вебера была по существу электронной теорией, так как объясняла электродинамические явления на основе взаимодействия движущихся электрических зарядов. Считается что начало этому направлению электродинамики, основанному на концепции взаимодействия частица - частица положил именно Вильгельм Вебер, опубликовавший в 1846 г. закон взаимодействия, названный его именем. Но все-таки первая формулировка подобного закона взаимодействия движущихся заряженных частиц принадлежала старому другу Вебера Гауссу, который в 1835 г. получил свое выражение взаимодействия движущихся электрически заряженных частиц.

Максвелл, в своем «Трактате по электричеству и магнетизму» [1] показал каким путем можно получить законы Вебера и Гаусса из закона Ампера и указал на то что, формула Гаусса не согласуется с принципом сохранения энергии и поэтому должна быть отброшена, в то время как формула Вебера с этим принципом совместима. Но тогда естественно возникает вопрос: «как же так получается, что обе формулы получены из одного и того же закона но одна из них согласуется с принципом сохранения энергии а другая нет, одна объясняет явление электромагнитной индукции а другая нет?». Проанализируем этот вывод, опуская те подробности, которые в данном случае не существенны. (Обозначения в формулах и нумерация формул оставлены такие же, как и в трактате).

«Притяжение между элементами ds и ds' двух цепей, по которым проходят электрические токи, i и i', будет согласно формуле Ампера

$$\frac{ii'dsds'}{r^2}\left(2cos\varepsilon + 3\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right), \qquad (1)$$

или

$$-\frac{ii'dsds'}{r^2}\left(2r\frac{d^2r}{dsds'} - \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'}\right). \qquad (2)$$

Мы должны истолковать смысл следующих величин:

$$cos\varepsilon, \quad \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} \quad \text{и} \quad \frac{d^2r}{dsds'}.$$

Наиболее очевидное явление, основанное на прямом отношении между токами, в котором мы должны искать истолкование, есть относительная скорость электричества в обоих элементах.

Рассмотрим поэтому относительное движение двух частиц, имеющих **постоянные** (выделено мною Б.В.Г.) *скорости v и v', вдоль элементов ds и ds' соответственно. Квадрат относительной скорости этих частиц есть:*

$$u^2 = v^2 - 2vv'cos\varepsilon + v'^2, \qquad (3)$$

и если мы через r обозначим расстояние между частицами, то

$$\frac{\partial r}{\partial t} = v\frac{dr}{ds} + v'\frac{dr}{ds'} \ , \qquad (4)$$

$$\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2 = v^2\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + 2vv'\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds'} + v'^2\left(\frac{dr}{ds'}\right)^2 , \qquad (5)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2} = v^2\frac{d^2r}{ds^2} + 2vv'\frac{d^2r}{dsds'} + v'^2\frac{d^2r}{ds'^2} \ , \qquad (6)$$

где символ ∂ указывает, что в дифференцируемой величине координаты частиц должны быть выражены как функции времени. Отсюда вытекает, что члены, заключающие произведение vv' в уравнениях (3), (5) и (6) содержат величины, встречающиеся в (1) и (2), которые мы должны истолковать. Мы, следовательно, попытаемся выразить (1) и (2) через u^2, $\left(\frac{\partial r}{\partial t}\right)^2$ и $\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}$.

Отсюда, если мы примем для отталкивания двух частиц любое из двух выражений

$$F = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 + \frac{1}{c^2}\left[u^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\} \qquad (18)$$

Или

$$F = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 + \frac{1}{c^2}\left[r\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\} \qquad (19)$$

мы можем вывести из них обе обычные электростатические силы и силы, действующие между токами в той форме, как они определены Ампером.

Итак формулы (1) и (2) это две эквивалентные друг другу формы записи одного и того же закона. Формула Гаусса (18) получена путем подстановки в формулу (1) равенств (3) и (5). Формула Вебера (19) получена путем подстановки в формулу (2) равенств (5) и (6). Формулы (18) и (19) были бы также эквиваленты, если бы при выводе формулы (19) а точнее при написании равенства (6) не было бы принято предположение о том, что частицы, движущиеся вдоль элементов ds и ds', имеют **постоянные** скорости v и v'. По этой причине в равенстве (6) слагаемые $\frac{dv}{dt}\frac{dr}{ds}$ и $\frac{dv'}{dt}\frac{dr}{ds'}$ отсутствуют. В равенствах (3), (4), (5) предположение о **постоянстве** скоростей v и v' никак не отразилось, и эти равенства подходят для частиц, движущихся с любой какой угодно скоростью. Вследствие этого формула Гаусса применима всегда и без оговорок, в то время когда формулу Вебера можно применять только лишь в системе двух уравнений

$$\left\{F = \frac{ee'}{r^2}\left[1 + \frac{1}{c^2}r\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{1}{2c^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]; \qquad \frac{dv}{dt}\frac{dr}{ds} + \frac{dv'}{dt}\frac{dr}{ds'} = 0\right\}.$$

Но из этой системы вряд ли можно вывести закон индукции. В параграфе 858 главы XXIII трактата Максвелл показывает, каким образом используя формулу Вебера можно объяснить явление электромагнитной индукции, и здесь уже считается, что заряды движутся неравномерно. Это видно из равенства (27) которое эти слагаемые уже содержит. Но в таком случае, прежде чем начинать объяснение явления электромагнитной индукции, необходимо исправить формулу Вебера, таким образом, чтобы она была применима также и для зарядов движущихся неравномерно. Для этого необходимо добавить дополнительные слагаемые $\frac{dv}{dt}\frac{dr}{ds}$ и $\frac{dv'}{dt}\frac{dr}{ds'}$ также и в равенство (6). Но если вы подставите полученное равенство в формулу (2) вместо предыдущего равенства (6) и соответствующим образом покрутите полученную формулу то вы, в конце концов, получите формулу Гаусса, так как в математике, каким путем не пойдешь все равно придешь к одному и тому же результату.

Для того чтобы показать при каком условии формула Вебера (19) является следствием формулы Гаусса (18) воспользуемся методом задачи двух тел т. е. одно из заряженных тел будем считать неподвижным. Квадрат модуля относительной скорости запишем как сумму квадратов координатных скоростей в сферических координатах:

$$u^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + \mathrm{r}^2\sin^2\theta\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}}\right)^2. \qquad (7)$$

В сферических координатах проекция ускорения в направлении r имеет вид:

$$w_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - \mathrm{r}\,\sin^2\theta\left(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dt}}\right)^2. \qquad (8)$$

Квадрат модуля скорости, с учетом (7) и (8) можно записать следующим образом:

$$u^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r\frac{d^2r}{dt^2} - rw_r \qquad (9)$$

Подставляя полученное равенство в формулу Гаусса (18) получим:

$$F=\frac{ee'}{r^2}\left\{1+\frac{1}{c^2}\left[r\frac{d^2r}{dt^2}-rw_r-\frac{1}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\} \qquad (10)$$

Прекрасно видно, что формула Вебера (19) является следствием формулы Гаусса (18) при условии, что относительное ускорение движущегося заряда в направлении $\boldsymbol{r}$ равно нулю. Но тогда как можно применять формулу Вебера, для вывода формулы электромагнитной индукции, если она в силу равенства (6), справедлива только для зарядов, движущихся с постоянными алгебраическими скоростями? Как можно применять формулу Вебера, для каких либо других расчетов, если сила Вебера в направлении своего действия бессильна, так как относительное ускорение движущегося заряда в направлении $\boldsymbol{r}$ равно нулю?

Но мы можем сказать, что закон Вебера это гипотеза, имеющая фундаментальный характер. А тот вышеприведенный якобы вывод этого закона из закона Ампера на самом деле не вывод, а вовсе наоборот своеобразное объяснение закона Ампера, на основании закона Вебера предполагая, что частицы, движущиеся вдоль элементов $\mathrm{d}s$ и $\mathrm{d}s'$, имеют **постоянные** скорости v и v'. Ампер проводил опыты с постоянными токами и тогда при объяснении закона Ампера вполне естественно принять, что заряженные частицы движутся с постоянной скоростью. А поскольку мы уже не связаны тем обстоятельством, что закон Вебера якобы следует из закона Ампера то, при объяснении явления электромагнитной индукции, мы законно можем считать, что частицы движутся с любой скоростью. А еще подставив равенство (9) в формулу Вебера

$$F=\frac{ee'}{r^2}\left\{1+\frac{1}{c^2}\left[u^2+rw_r-\frac{3}{2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2\right]\right\} \qquad (11)$$

мы можем, как и в предыдущем абзаце, показать, что это формула Гаусса следует из формулы Вебера при условии, что относительное ускорение w_r движущегося заряда в направлении $\boldsymbol{r}$ равно нулю. Следовательно, это сила Гаусса бессильна в направлении своего действия.

Из всего вышеизложенного следует, что законы Гаусса и Вебера не являются эквивалентными, как об этом утверждается в многочисленной литературе. Наоборот мы видим, что это законы, которые взаимно исключают друг друга.

Литература.

1. Максвелл Дж. К. Избранные сочинения по теории электромагнитного поля. М.: ГИТТЛ, 1952