Независимые научные исследователи

Исследование решения задачи античной математики Квадратура круга от обратного

Квадратура круга

Квадратура круга

В данной работе, исследована возможность решения задачи античной математики «Квадратура круга» от обратного. В предлагаемой для прочтения статье показана возможность построение круга, равновеликого по площади квадрату, т. е. решена «кругатура квадрата», что дало возможность решить «квадратуру круга» с точностью на восемь знаков общепринятого числа π, и выразить длину окружности прямым отрезком.

Если расчёт задачи вести на большее количество знаков, то результат величины стороны квадрата будет равен,

1772453896868692571888724411 5238 …

площадь квадрата при этом равна

3, 1415928165250138836954861078059 …

Исследование возможности решения задачи античной математики «Квадратура круга» от обратного

РАВНОВЕЛИКОСТЬ КВАДРАТА И ШЕСТЕРЁНКИ

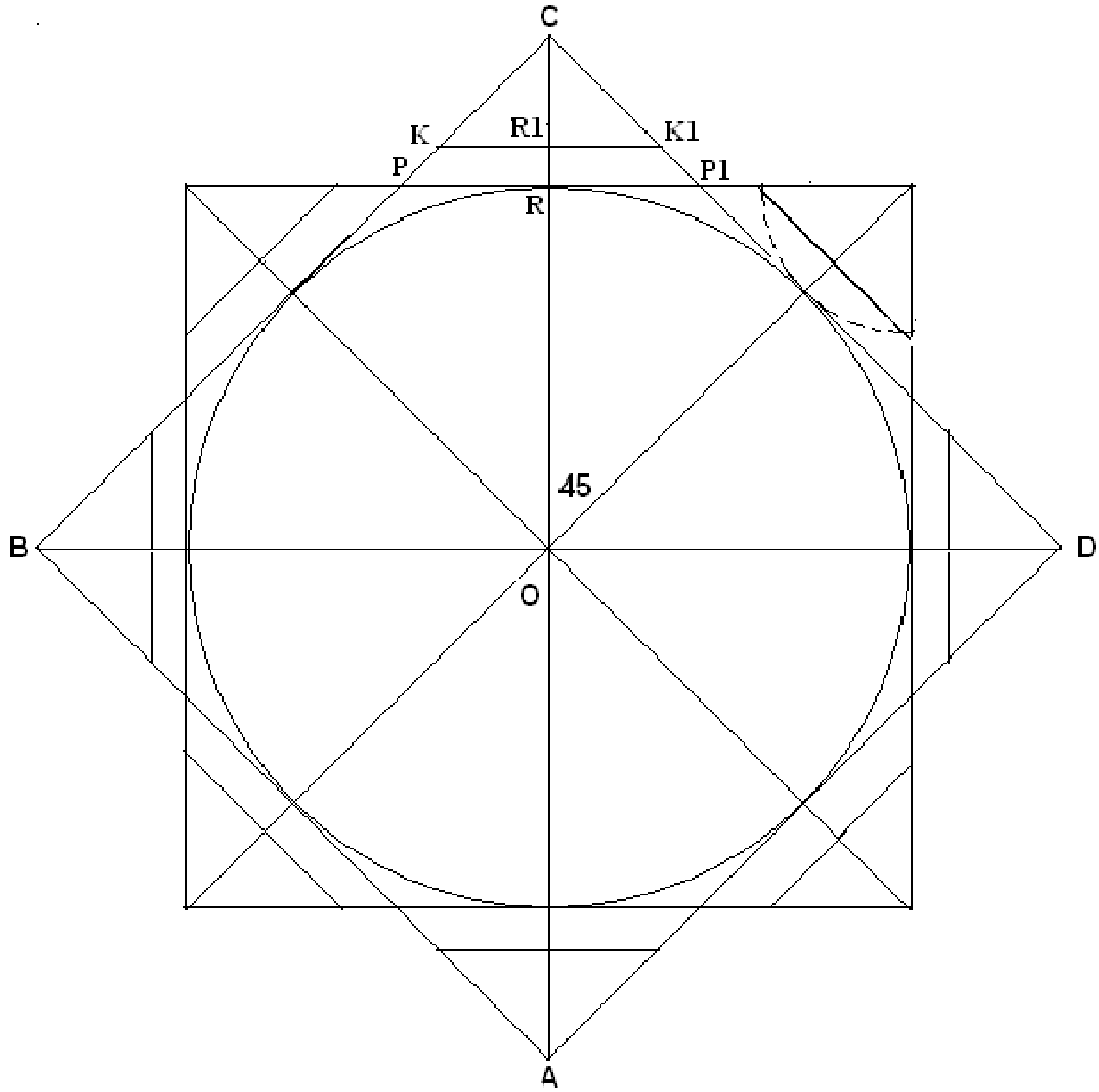

Рис. 1

Около круга радиуса **OR** (рис. 1), величину которого принимаем за единицу длины, опишем правильную восьмиконечную звезду **Q**, образованную из двух

равных квадратов, один из которых квадрат **ABCD**.

$$S_{ABCD} = (AB)^2 = (2OR)^2$$

Каждая сторона одного квадрата отсечёт от каждой прямоугольной вершины другого квадрата по треугольнику, один из которых треугольник PCP_1.

Отсюда $S_Q = S_{ABCD} + 4S_{PSP_1}$

Радиусом **CR** из каждой прямоугольной вершины фигуры **Q** опишем дуги на её стороны, а точки пересечения сторон и дуг соединим прямыми линиями. В треугольнике PCP_1 такой прямой будет KK_1. Пересекаясь с диагональю квадрата, прямая KK_1 образует точку $\mathbf{R_1}$. В фигуре $\mathbf{Q}$ каждый выступающий прямоугольный треугольник, равный треугольнику $\mathbf{PCP_1}$, будет делиться на две равновеликие фигуры, треугольник и трапецию, какими являются треугольник $\mathbf{KCK_1}$ и трапеция $\mathbf{PKK_1P_1}$. Если удалить в фигуре $\mathbf{Q}$ все восемь одинаково выступающих прямоугольных треугольников, один из которых треугольник $\mathbf{KCK_1}$, то получим фигуру $\mathbf{T}$

– «шестерёнку» с выступающими трапециями по площади равной площади квадрата **ABCD**

$$\mathbf{S_T = S_Q - 8S_{KCK_1} = \left(S_{ABCD} + 4S_{PCP_1}\right) - 8 \times \frac{1}{2} S_{PCP_1} = S_{ABCD}}$$

$$\mathbf{S_T = S_{ABCD}}$$

КРУГАТУРА КВАДРАТА

На рис.2, который представляет фрагмент рис.1, центр **O** соединим с точкой **K**. Получим треугольник $\mathbf{OKR_1}$, в котором проведём медиану **ON**.

Радиусом $\mathbf{OR_1}$ проведём дугу, которая отсечёт от медианы **ON** отрезок **MN**, а от гипотенузы **OK** – отрезок **LK**.

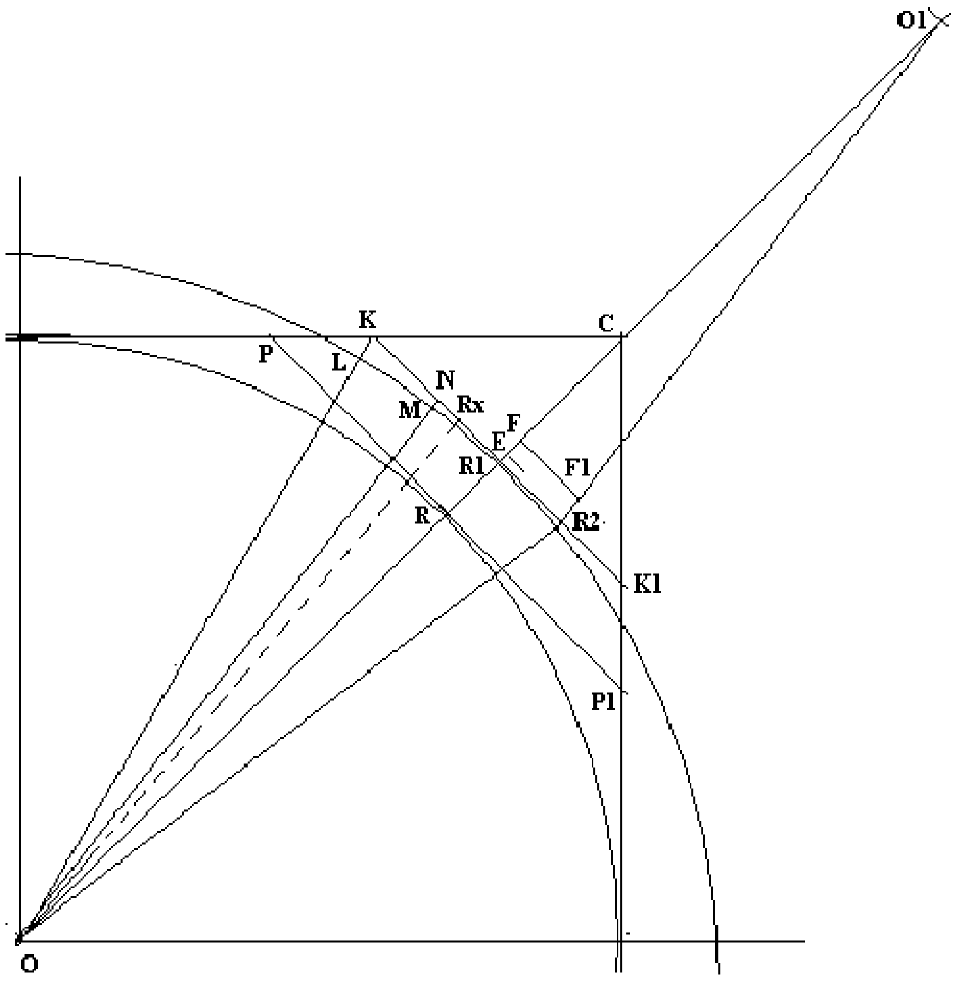

Рис. 2

Приводим расчёт полученных отрезков.

$$\mathbf{OR} = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{OC} = \mathbf{OR} \times \sqrt{\mathbf{2}} = \mathbf{1} \times \mathbf{1,4142135} \ldots$$

$$\mathbf{RC} = \mathbf{OC} - \mathbf{OR} = \mathbf{1,4142135} \ldots - \mathbf{1} = \mathbf{0,4142135} \ldots$$

$$\mathbf{KK_1} = \mathbf{RC} \times \sqrt{\mathbf{2}} = \mathbf{0,4142135} \ldots \times \mathbf{1,4142135} \ldots = \mathbf{0,5857863} \ldots$$

$$\mathbf{RR_1} = \mathbf{RC} - \frac{\mathbf{KK_1}}{\mathbf{2}} = \mathbf{0,4142135} \ldots - \mathbf{0,2928931} \ldots = \mathbf{0,1213204} \ldots$$

$$\mathbf{OR_1} = \mathbf{OR} + \mathbf{RR_1} = \mathbf{1} + \mathbf{0,1213204} \ldots = \mathbf{1,1213204} \ldots$$

$$\mathbf{OK^2} = \mathbf{OR_1^2} + \left(\frac{\mathbf{KK_1}}{\mathbf{2}}\right)^2 = \mathbf{1,1213204} \ldots^2 + \mathbf{0,29289931} \ldots^2 = \mathbf{1,1589416} \ldots^2$$

$$\mathbf{LK} = \mathbf{OK} - \mathbf{OR_1} = \mathbf{1,1589416} \ldots - \mathbf{1,1211113204} \ldots = \mathbf{0,0376212} \ldots$$

$$\boldsymbol{ON^2} = \boldsymbol{OR_1^2} + \left(\frac{\boldsymbol{KK_1}}{\mathbf{4}}\right)^2 = \mathbf{1,1213204} \ldots^2 + \mathbf{0,1464465} \ldots^2 = \mathbf{1,130843^2}$$

$$\mathbf{MN} = \mathbf{ON} - \mathbf{OR_1} = \mathbf{1,130843} \ldots - \mathbf{1,1213204} \ldots = \mathbf{0,0095226}$$

Радиус круга равновеликого квадрату **ABCD** примем условно за $\mathbf{OR}_\mathrm{X}$. Находим его арифметическую величину из равенства площадей условного круга с радиусом $\mathbf{OR}_\mathrm{X}$ и квадрата **ABCD**.

$$\boldsymbol{\pi} \times \mathbf{OR_X^2} = (\mathbf{2OR})^2 \qquad \mathbf{3,1415926} \ldots \times \mathbf{OR_X^2} = \mathbf{4}$$

$$\mathbf{OR_X} = \sqrt{\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3,1415926} \ldots}} = \mathbf{1,1283791} \ldots$$

Условную точку $\mathbf{R}_{\boldsymbol{X}}$ расположим произвольно на отрезке $\text{КК}_\mathbf{1}$ и соединим её пунктирной прямой с центром О.

Получим условный прямоугольный треугольник $\mathbf{OR_1R_X}$. Арифметическую величину условного катета $\mathbf{R_1R_X}$ получим из решения

$$\mathbf{R_1R_X^2 = OR_X^2 - OR_1^2 = 1,1283791\ldots^2 - 1,1213204\ldots^2 = 0.1260164\ldots^2}$$

Эту же величину мы получим из пропорции составленную из величин отрезков, ранее полученных геометрически

$$\frac{(\boldsymbol{OR} + \mathbf{MN}) - \mathbf{LK}}{(\mathbf{OR} + \mathbf{MN})} = \frac{\mathbf{RR_1}}{\mathbf{R_1R_X}}$$

$$\mathbf{R_1R_X} = \frac{(\mathbf{OR} + \mathbf{MN}) \times \mathbf{RR_1}}{(\mathbf{OR} + \mathbf{MN}) - \mathbf{LK}}$$

$$\mathbf{R_1R_X} = \frac{(1+0,0095226\ldots)\times 0,1213204\ldots}{(1+0,0095226\ldots)-0,0376212\ldots} = \mathbf{0,1260164\ldots}$$

Арифметическую величину $\mathbf{R_1R_X}$ выразим геометрическим отрезком. Отрезки $\mathbf{MN}$ и $\mathbf{LK}$ перенесём на диагональ $\mathbf{OC}$ радиусами $\mathbf{ON}$ и $\mathbf{OK}$. Отрезок $\mathbf{MN}$ отложится от точки $\mathbf{R_1}$ до точки $\mathbf{E}$, а отрезок $\mathbf{LK}$ от точки $\mathbf{R_1}$ до точки $\mathbf{F}$.

Затем отрезок $\mathbf{OR}$ положим на продолжение диагонали $\mathbf{OC}$ так, чтобы началом отрезка $\mathbf{OR}$ была точка $\mathbf{E}$, а концом – точка $\mathbf{O_1}$. Из точки $\mathbf{F}$ построим перпендикуляр к $\mathbf{OO_1}$, на котором отложим величину отрезка $\mathbf{RR_1}$, от точки $\mathbf{F}$ до точки $\mathbf{F_1}$. Через точки $\mathbf{O_1}$ и $\mathbf{F_1}$ проведём прямую до пересечения с прямой $\mathbf{KK_1}$ в точке $\mathbf{R_2}$.

Таким образом, условная величина $\boldsymbol{R_1}\mathbf{R_X}$ выразилась геометрическим отрезком $\mathbf{R_1R_2}$. Полученную точку $\mathbf{R_2}$ соединим прямой с центром $\mathbf{O}$.

Получим радиус $\mathbf{OR_2}$ круга равновеликого по площади квадрату $\mathbf{ABCD}$

$$OR_2^2 = OR_1^2 + R_1R_2^2 = 1,1213204\ldots^2 + 0,1260164\ldots^2$$
$$= 1,1283791\ldots^2$$

КВАДРАТУРА КРУГА

Если принять квадрат, равновеликий по площади кругу с радиусом $\mathbf{OR}$ за условный квадрат $\mathbf{A_XB_XC_XD_X}$, то получим пропорцию

$$\frac{S_{OR}}{S_{OR_2}} = \frac{S_{AxBxCxDx}}{S_{ABCD}}$$

или

$$\frac{OR}{OR_2} = \frac{1/2A_XB_X}{1/2\,AB}$$

которую положим в систему координат (рис. 3), чтобы выразить условную величину $\mathbf{1/2\,A_XB_X}$ геометрическим отрезком.

Левую часть пропорции положим на ось абсцисс, правую – на ось ординат.

Точки $\mathbf{M}$ $(\mathbf{OR_2};\ \mathbf{1/2\,AB})$ и $\mathbf{O}$ дают луч, на котором абсциссой $\mathbf{OR}$ отразится точка $\mathbf{M_1}$.

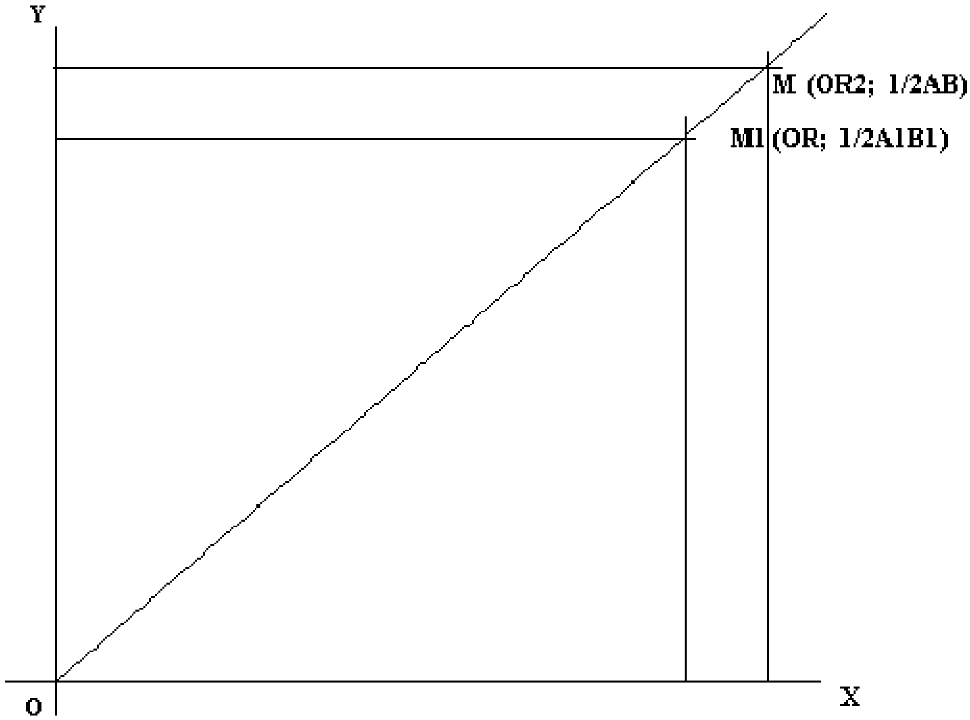

Рис. 3

Проекция, которой на ось ординат, геометрически отразит ½ стороны искомого квадрата $\mathbf{A_1B_1C_1D_1}$, равновеликого по площади кругу радиуса $\mathbf{OR}$

$$\mathbf{A_1B_1} = \frac{\mathbf{OR} \times \mathbf{1/2\ AB}}{\mathbf{OR_2}}$$

$$1/2\,A_1B_1 = \frac{1 \times 1}{1,1283791\ldots} = 0,8862269\ldots$$

$$A_1B_1 = 0,8862269 \times 2 = 1,7724538\ldots$$

Если расчёт задачи вести на большее количество знаков, то сторона квадрата A_1B_1 будет равна

$1,7724538968686925718887244115238\ldots$

$S_{A1B1C1D1}$ при этом будет равна

$3,1415928165250138836954861078059\ldots$

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ

Нахождение стороны квадрата $A_1B_1C_1D_1$ даёт возможность выразить L_{OR} – длину окружности круга радиуса OR прямым отрезком.

Составим пропорцию

$$\frac{OR}{OR_2} = \frac{L_{OR}}{P_{A1B1C1D1}} \quad \text{или} \quad \frac{OR}{OR_2} = \frac{1/4L_{OR}}{A_1B_1}$$

которую положим в систему координат (рис.4) Левую часть пропорции положим на ось абсцисс, правую, на ось ординат.

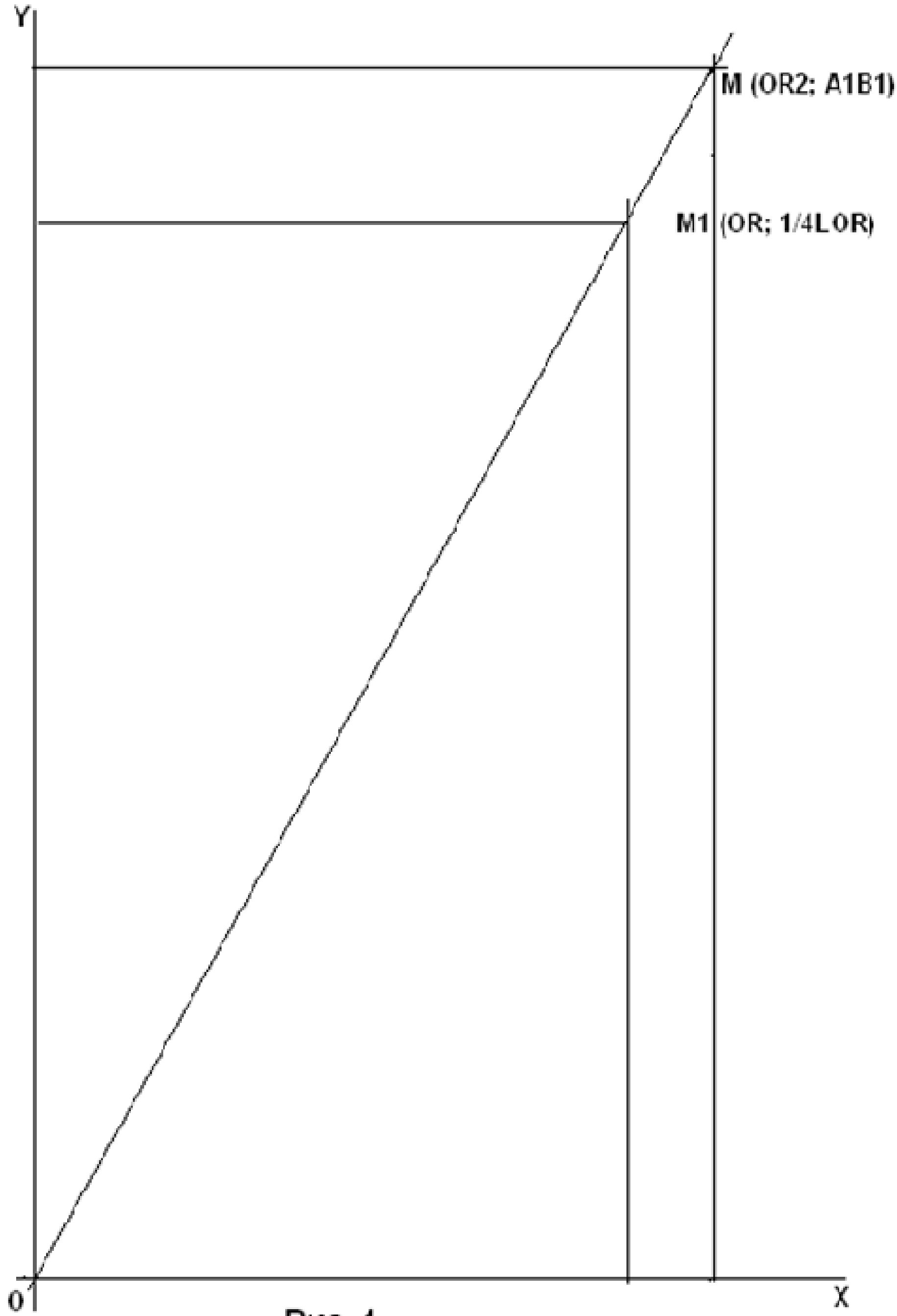

Рис. 4

Точки $\mathbf{M\ (OR_2; A_1B_1)}$ и $\mathbf{O}$ дают луч, на котором абсциссой $\mathbf{OR}$ образуется точка, $\mathbf{M_1}$ проекция которой на ось ординат геометрически отразит прямым отрезком $\mathbf{1/4L_{OR}}$

$$\mathbf{1/4L_{OR} = \frac{1OR \times A_1B_1}{OR_2}}$$

$$\mathbf{1/4L_{OR} = \frac{1,7724538\ldots}{1,1283791\ldots} = 1,5707963\ldots}$$

$$\mathbf{1/2L_{OR} = 1,5707963 \times 2 = 3,1415926\ldots}$$

$$\mathbf{L_{OR} = 1,5707963\ldots \times 4 = 6,2831852\ldots}$$

Если расчёт задачи вести на большее количество знаков, то $\mathbf{1/2L_{OR}}$ будет равна $\mathbf{3,141592816525013883695486107804 5\ldots}$

В свою очередь, $\mathbf{1/4}$ длины окружности круга, радиуса $\mathbf{OR_2}$, тоже выражена прямым отрезком, $\mathbf{A_1B_1}$, что видно из Рис.4