УДК 530.1+531.5

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

В. В. Сидоренков
МГТУ им. Н.Э. Баумана

На основе концепции «корпускулярно-полевого дуализма Материи» в виде тождества кинематических характеристик локализованного в пространстве материального тела и гравитационного поля, создающего такие характеристики при полноправном включении в теорию векторного гравитационного потенциала построена система уравнений гравитационного поля, в соответствии с которыми скорость распространения волн гравитации в точности равна скорости света в физическом вакууме.

На пути дальнейшего развития наших знаний о первичных процессах и основах мироздания рассмотрим весьма загадочный и очень давний *закон всемирного тяготения* [1], которому уже более трехсот лет. Исследование характеристик явления гравитационного взаимодействия материальных тел является фундаментальной и до настоящего времени по существу нерешенной задачей физической науки. В частности, на сегодня нет ясности в вопросе о возможности существования в Природе волн гравитации и скорости их распространения. Рассматриваемый здесь закон всемирного тяготения – это закон феноменологический и аналитически описывается эмпирическим выражением действия *силы гравитационного притяжения* между двумя материальными телами массой m_1 и m_2, находящихся на некотором расстоянии r друг от друга:

$$\vec{F}^{\,гр} = \frac{m_1 m_2}{4\pi\gamma_0 r^3}\vec{r} \ . \tag{1}$$

Отметим, что ни сама зависимость (1), ни ее параметры никоим образом не объясняют физический механизм описываемого этой формулой явления. При этом силы в обсуждаемом законе $\vec{F}^{\,гр}(\vec{r})$ действуют по линии, соединяющей центры масс взаимодействующих тел, а потому такие силы называют *центральными.* Напомним кстати, что «*Сила – векторная физическая величина, вызывающая изменение скорости тела либо его деформацию*». Соответственно «*Центр масс тела – это точка, приложение силы к которой вызывает только поступательное движение этого тела*».

Поскольку указанное взаимодействие происходит в пространстве физического вакуума, которое, согласно современным исследованиям, *пустотой* в буквальном смысле этого слова быть не может, то физическую постоянную γ_0 в формуле (1) будем называть *гравитационной проницаемостью вакуума.* Данная константа получается из *постоянной гравитационного взаимодействия* [1], записанной в виде соотношения, в системе физических единиц СИ равного $G^{гр} = 1/4\pi\gamma_0 = 6,67 \cdot 10^{-11} Н \cdot (м^2/кг^2)$. По нашему мнению, будет весьма полезным для дальнейшего провести детальное обсуждение размерности и единиц измерения указанной выше фундаментальной физической константы γ_0 и связанной с ней других физических величин.

Итак, рассмотрим $\gamma_0 = 1/4\pi G^{гр} = 1{,}19 \cdot 10^{9}\, Гл/м$ - гравитационную проницаемость вакуума, где в числителе единиц измерения этой константы физическая величина, определяющая *гравиемкость* $C^{гр} = m/\varphi^{гр}$, названная нами <u>*Галилей*</u> (аналог *электроемкости*: $C = q^e/\varphi^e$ - <u>*Фарад*</u>, где q^e - электрический заряд, φ^e - скалярный электрический потенциал) и равная отношению основных физических величин: *Гл = кг·сек*^{2}*/метр*^{2}. Как видим, $C^{гр}$ <u>представляется отношением величин гравитационного заряда (массы)</u> «*кг*» <u>к скалярному гравитационному потенциалу</u> «*Джоуль/кг=метр*^{2}*/сек*^{2}», то есть $\{C^{гр}\} = \{кг/v^2\}$. Указанный потенциал потому измеряется в «*Джоуль/кг* = v^2», так как определяется работой по перемещению единичной массы из данной точки поля на бесконечность, а потому измеряется в «*Джоуль/кг* = v^2». Согласно определению потенциала, в области своего существования $\varphi^{гр}$ принципиально отрицателен и достигает в центре поля физически возможного минимума $-c^2 = -8,99 \cdot 10^{16}$ *Дж/кг*, соответственно на бесконечности максимален и равен нулю. В частности, на поверхности Земли данный потенциал составляет величину $-6,26\cdot 10^7$ *Дж/кг,* что соответствует квадрату *первой космической скорости*: $v_1 = 7,91\cdot 10^3$ м/с [1].

Логически очевидно, что все наши рассуждения, касающиеся гравитационной константы γ_0, полностью физически последовательно тождественны результатам анализа других фундаментальных констант ε_0 и μ_0, которые мы называем [2] соответственно *электрической* и *магнитной проницаемостями вакуума*, входящих в законы Кулона электрического и магнитного взаимодействия материальных тел в пространстве физического вакуума. При этом сразу отметим, что здесь не ставится задача пойти проторенным путем многочисленных, по существу, безуспешных попыток объединения электромагнитных и гравитационных взаимодействий посредством прямого сведения гравитации к электромагнетизму, не говоря уже об экзотике: объединения их на базе общей теории относительности. Наш же подход – это на основе полученных в работе [2] результатов воспользоваться далее концепцией современных представлений в теории электромагнетизма [3], базирующихся на полноправном включении в электромагнитную теорию векторных потенциалов с целью применения этой концепции к аналогичному описанию, но уже гравитационных явлений.

Для построения уравнений гравитационного поля, подобно полю электрическому или магнитному [1], введем понятие *векторного поля гравитационной напряженности*, то есть силы гравитации на единицу массы:

$$\vec{G}(\vec{r}) = \frac{\vec{F}^{\,гр}}{m_0} = \frac{m}{4\pi\gamma_0 r^3}\vec{r} \ . \qquad (2)$$

Данное, казалось бы, тривиально очевидное соотношение наглядно иллюстрирует фундаментальный закон Природы «*корпускулярно-полевой дуализм Материи*», поскольку ускорение тела массы m_0 под действием силы описывается в механике *уравнением динамики поступательного движения* $\vec{F} = m_0\vec{a}$, а потому как две стороны одной медали <u>вектор механического ускорения $\vec{a}(\vec{r})$ материального тела массой m_0 тождественно равен в данной точке векторному полю гравитационной напряженности, создающей это ускорение</u>: $\vec{a}(\vec{r}) \equiv \vec{G}(\vec{r})$.

При этом единица измерения ускорения материального тела $\vec{a} = \partial^2 \vec{r} / \partial t^2$ равна в системе СИ $\{м/с^2\}$, а, согласно определению *напряженности потенциального поля* $\vec{G}(\vec{r}) = -\text{grad}\ \varphi^{гр}$, $\vec{G}(\vec{r})$ измеряется в $\{(м^2/с^2)/м\}$. Конечно математически эти единицы измерения тождественны, но здесь идет речь о физически различных величинах. А это и есть проявление *корпускулярно-полевого дуализма Материи,* где присутствует тождество характеристик движения локализованного в пространстве материального тела и гравитационного поля, создающего такие характеристики, либо наоборот, характеристики поля гравитации регистрируются посредством кинематических параметров тела в этом поле.

Таким образом, размерность векторного поля гравитационной напряженности $\{\vec{G}\} = \{\text{v}^2/м\}$ есть *линейная плотность скалярного гравитационного потенциала*, что структурно и физически тождественно размерностям аналогичных векторов электрической $\{\vec{E}\} = \{В/м\}$ и магнитной $\{\vec{H}\} = \{А/м\}$ напряженностей - *линейной плотности соответственно электрического и магнитного скалярного потенциалов*.

Покажем как можно получить *систему дифференциальных уравнений гравитационного поля*, где основой наших рассуждений будет тот факт, что функционально поле $|\vec{G}(\vec{r})| \sim 1/r^2$. То есть с учетом конкретной аналитики соотношения (2) имеем гравитационный аналог электростатической теоремы Гаусса [1] - теорему Гаусса для поля гравитации $\oint\limits_{\forall S} (\gamma_0 \vec{G})\ d\vec{S} = \int\limits_{V_S} \rho^m dV$ (⊗), где поток векторного поля $\gamma_0 \vec{G}$ через произвольную замкнутую поверхность S равен массе в объеме V_S внутри этой поверхности.

Соответственно, сравнивая гравитационную теорему Гаусса (⊗) с математической теоремой Гаусса-Остроградского $\oint\limits_{\forall S} \vec{a}\ d\vec{S} = \int\limits_{V_S} \text{div}\ \vec{a}\ dV$, получим при $V_S \to 0$ первое дифференциальное уравнение гравитационного поля $\boxed{\text{div}\,(\gamma_0 \vec{G}) = \rho^m}$ $(*)$, где *объемная плотность потока векторного поля* $\gamma_0 \vec{G}(\vec{r})$ равна *объемной плотности массы* $\rho^m = \partial m / \partial V$ в этой точке. Причем аналогично векторам *электрической* $\vec{D}=\varepsilon_0\vec{E}$ и *магнитной* $\vec{B}=\mu_0\vec{H}$ *индукции в пустоте* вектор $\gamma_0\vec{G}$ физически логично назвать *вектором гравитационной индукции*. Из определения «*дивергенции*» следует, что вектор поля гравитационной индукции является *потоковым вектором* и имеет единицу измерения $\{\gamma_0\vec{G}\}=\{кг/м^2\}$. Как и следовало ожидать, он структурно тождественен размерностям и единицам измерения физически аналогичных потоковых векторов в электромагнетизме: $\{\varepsilon_0\vec{E}\}=\{Кл/м^2\}$ - электрической и $\{\mu_0\vec{H}\}=\{(В\cdot с)/м^2\}$ - магнитной индукции для пустоты.

Далее из полученного дивергентного уравнения $(*)$ для свободного пространства ($\rho^m=0$), с учетом соотношения векторного анализа $\operatorname{divrot}\vec{a}=0$, получаем следующее дифференциальное уравнение $\boxed{\operatorname{rot}\vec{A}^{гр}=\gamma_0\vec{G}}$ $(**)$. Здесь функция $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$ есть *векторный гравитационный потенциал* с единицами измерения $\{кг/м\}$, структурно и сущностно подобный размерностям и единицам измерения $\{\vec{A}^e\}=\{Кл/м\}$ - *электрического* и $\{\vec{A}^m\}=\{(В\cdot с)/м\}$ - *магнитного векторных потенциалов* в электромагнетизме. И еще. Во-первых, поскольку в уравнении $(**)$ вектор $\gamma_0\vec{G}$ реализуется посредством векторного произведения векторного оператора «Набла» на векторную функцию: $[\nabla\vec{A}^{гр}]$, то тем самым однозначно устанавливается, что <u>векторы $\vec{G}$ и $\vec{A}^{гр}$ взаимно ортогональны</u>. Во-вторых, в уравнении $(**)$ $\operatorname{rot}\vec{A}^{гр}\neq 0$, а потому *поле вектора* $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$ *чисто вихревое*, и по этой причине можно записать еще одно уравнение в виде кулоновской калибровки: $\boxed{\operatorname{div}(\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\vec{A}^{гр})=0}$ $(***)$.

К сожалению, коэффициент в уравнении $(***)$, обратно пропорциональный скорости света в вакууме $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}=1/c_0$, строго нами не аргументирован и записан в дивергентном операторе для подгонки под *потоковый вектор* $\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\,\vec{A}^{гр}$. Но именно так это сделано не на пустом месте, а базируется на результатах работы [2], где показано, что «*все разговоры о скорости распространения полей гравитационного взаимодействия, по величине отличной от скоро-*

сти света вплоть до бесконечности, следует считать безосновательными, поскольку передача любых силовых пространственных взаимодействий материальных тел определяется только свойствами физического вакуума». И всё же, единица измерения такого вектора $\{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\vec{A}^{гр}\} = \{(кг/м^2)\cdot c\}$ весьма странная и физически далеко неочевидная, но она структурно соответствует размерностям и единицам измерения потоковых векторов на основе векторных потенциалов в электромагнетизме [3]: $\{\varepsilon_0 \vec{A}^m\} = \{(Кл/м^2)\cdot c\}$ и $\{\mu_0 \vec{A}^e\} = \{(B\cdot c/м^2)\cdot c\}$. Причем все эти физические величины при частном дифференцировании по времени $\partial/\partial t$ дают потоковые вектора соответствующих полей *индукции*: $\{\varepsilon_0 \partial\vec{A}^m/\partial \mathrm{t}\} = \{Кл/м^2\} = \{\vec{D}\}$ - *электрической*, $\{\mu_0 \partial\vec{A}^e/\partial \mathrm{t}\} = \{(B\cdot c)/м^2\} = \{\vec{B}\}$ - *магнитной* и $\{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\partial\vec{A}^{гр}/\partial \mathrm{t}\} = \{кг/м^2\} = \{\gamma_0 \vec{G}\}$ - *гравитационной.*

Данные рассуждения позволяют предложить функциональную связь между векторными полями *гравитационной напряженности* $\vec{G}(\vec{r})$ и *векторного гравитационного потенциала* $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$ в виде соотношения:

$$\vec{G} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}{\gamma_0}\frac{\partial \vec{A}^{гр}}{\partial t}, \qquad (3)$$

которое, по нашему мнению, является фундаментальным, ведь в дальнейшем оно должно помочь нам окончательно построить <u>систему дифференциальных уравнений гравитационного поля</u>. Интересно, что структурно и сущностно формула (3) полностью соответствует соотношениям электродинамики [3]: $\vec{E} = -\partial\vec{A}^m/\partial t$ и $\vec{H} = \partial\vec{A}^e/\partial t$.

Однако здесь мы имеем странную, если не сказать абсурдную ситуацию: в теории электромагнетизма векторы $\vec{E}$ и $\vec{A}^m$, $\vec{H}$ и $\vec{A}^e$ каждой пары взаимно коллинеарны, а пара векторов $\vec{G}$ и $\vec{A}^{гр}$ с одной стороны, согласно уравнению $(**)$, должны быть взаимно ортогональны, но с другой стороны, навскидку, согласно соотношению (3), $\vec{G}$ и $\vec{A}^{гр}$ - коллинеарные векторы. Выход из этого, якобы парадокса может быть только один: справедливы сразу оба вывода, поскольку векторы $\vec{G}$ и $\vec{A}^{гр}$ действительно ортогональны, а $\vec{G}$ и $\partial\vec{A}^{гр}/\partial t$ - коллинеарные векторы. Объяснения становятся тривиальными, если понимать, что по размерности $(\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} / \gamma_0)\vec{A}^{гр}$ - это вектор скорости, а потому его временная производная $(\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} / \gamma_0)\partial\vec{A}^{гр} / \partial t$ есть вектор нормального ускорения. Итак, «парадокс» успешно разрешен! Более того, мы убедились, что <u>соотношение (3) представляет собой полевой эквивалент кинематической формулы</u>: $\vec{a} = d\vec{\mathrm{v}} / dt$, что снова наглядно иллюстрирует фундаментальный закон Природы «*корпускулярно-полевой дуализм Материи*».

Для построения последнего четвертого уравнения искомой системы возьмем ротор от уравнения (3), и с учетом уравнения $(**)$ в итоге получим соотношение $\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{G} = -\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\ \partial\vec{G} / \partial t}$ $(****)$, где знак здесь требует проверки, которая будет проведена ниже. Соответственно, посредством соотношения (3), изменим уравнение $(**)$ так, чтобы оно стало с точностью до знака структурно симметричным $(****)$: $\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{A}^{гр} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\ \partial\vec{A}^{гр} / \partial t}$.

Таким образом, окончательно получаем *систему уравнений гравитационного поля*, представляющую собой систему дифференциальных уравнений первого порядка относительно двух векторных функций $\vec{G}(\vec{r})$ и $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$:

$$\text{a)}\ \mathrm{rot}\,\vec{G} = -\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\ \frac{\partial\vec{G}}{\partial t}\ , \qquad \text{b)}\ \mathrm{div}\,(\gamma_0 \vec{G}) = \rho^m\ , \tag{4}$$

$$\text{c)}\ \mathrm{rot}\,\vec{A}^{гр} = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\ \frac{\partial\vec{A}^{гр}}{\partial t}, \qquad \text{d)}\ \mathrm{div}\,(\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}\,\vec{A}^{гр}) = 0\ .$$

Интересно, что структурно система уравнений (4) весьма необычна и совершенно не коррелирует с системой уравнений электродинамики Максвелла [1]. Если говорить более конкретно, то уравнения относительно *гравитационной напряженности* $\vec{G}(\vec{r})$ (4a) и *гравитационного векторного потенциала* $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$ (4c) казалось бы полностью независимы, поскольку, в сравнении с уравнениями Максвелла, между уравнениями (4) отсутствует в явном виде перекрестная пространственно-временная функциональная связь. Однако, такая функциональная связь между векторными полями $\vec{G}(\vec{r})$ и $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$ все же существует в виде отдельного фундаментального соотношения (3), позволившего нам построить *систему уравнений гравитационного поля* (4).

Возникает теперь законный вопрос о правомерности знаков при временных производных в уравнениях (4a) и (4c). На эти вопросы проще всего и нагляднее можно ответить, записав эти по сути дела волновые уравнения в конкретном виде для волн, распространяющихся, например, вдоль положительного направления оси 0X, при конкретно ориентированных векторах компонент гравитационного поля, а именно $G_y(x,t)$ и $A_z^{гр}(x,t)$. В качестве ориентира учтем, что волновое уравнение для произвольной плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси 0X $f(x,t) = f_0 \cos\,(\omega t - kx - \varphi)$, представляется в следующей форме: $\dfrac{\partial f}{\partial x} + \dfrac{1}{\mathrm{v}}\dfrac{\partial f}{\partial t} = 0$.

Тогда, расписав уравнения (4a) и (4c) согласно условию поставленной выше задаче, в итоге получим

$$\frac{\partial G_y}{\partial x} + \frac{1}{c_0}\frac{\partial G_y}{\partial t} = 0 \quad \text{и} \quad \frac{\partial A_z^{гр}}{\partial x} + \frac{1}{c_0}\frac{\partial A_z^{гр}}{\partial t} = 0 \ ,$$

где константа $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ является *скоростью света в физическом вакууме*. Таким образом, скорость распространения гравитационных волн $c^{гр}$ определяется только лишь электрическими ε_0 и магнитными μ_0 параметрами пространства физического вакуума и в точности равна скорости света (электромагнитных волн) в свободном от Материи пространстве: $c^{гр} = c_0$.

Итак, проверка показала, что представленные уравнения гравитационного поля (4a) и (4c) действительно верны и являются уравнениями гравитационной волны с взаимно ортогональными векторными компонентами *гравитационной напряженности* $\vec{G}(\vec{r},t)$ и *векторного гравитационного потенциала* $\vec{A}^{гр}(\vec{r},t)$, подробный анализ решения которых следует провести в дальнейшем. Но уже сейчас можно сказать, что, согласно соотношению (3), где $\vec{G} \sim \partial \vec{A}^{гр} / \partial t$, колебания компонент $\vec{G}(\vec{r},t)$ и $\vec{A}^{гр}(\vec{r},t)$ в плоской гармонической волне поля гравитации имеют относительно друг друга сдвиг по фазе на $\pi/2$.

Как и ожидалось, уравнения (4a) и (4c) посредством соотношения энергетического баланса отвечают также на физически принципиальный вопрос, что же переносят волны гравитационного поля? Следуя расчету, имеем

$$\vec{A}^{гр}\mathrm{rot}\,\vec{G} - \vec{G}\mathrm{rot}\,\vec{A}^{гр} = \mathrm{div}\,[\vec{G}, \vec{A}^{гр}] = -\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\vec{A}^{гр}\frac{\partial\vec{G}}{\partial t} - \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\vec{G}\frac{\partial\vec{A}^{гр}}{\partial t}. \qquad (5)$$

Видно, что соотношение энергетического баланса (5) характеризует в данной точке пространства объемную плотность механической энергии (слагаемые слева), изменение которой определяет транспорт в окружающее пространство объемной плотности потока вектора поверхностной плотности энергии (дивергентное слагаемое). Таким образом, система уравнений гравитационного поля (4) действительно физически содержательна и перспективна, а потому требует в дальнейшем серьезного изучения, а следующее из нее соотношение энергетического баланса (5) представляет собой гравитационный аналог широко известной теоремы Умова-Пойнтинга [1].

Соответственно можно получить *систему дифференциальных уравнений гравистатики*, где основой наших рассуждений будет то, что в статическом случае поле $\vec{G}(\vec{r})$ - *потенциальное поле.* Тогда в конечном итоге имеем

$$\text{a) } \mathrm{rot}\,\vec{G} = 0, \qquad \text{b) } \mathrm{div}\,(\gamma_0\vec{G}) = \rho^m, \qquad (6)$$

$$\text{c) } \mathrm{rot}\,\vec{A}^{гр} = \gamma_0\vec{G}, \qquad \text{d) } \mathrm{div}\,(\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}\vec{A}^{гр}) = 0.$$

Здесь уравнение (6a) определяет условие потенциальности векторного поля $\vec{G}(\vec{r})$, а уравнение (6b), как и должно быть, есть гравитационный аналог теоремы Гаусса. Далее из уравнения (6b) для свободного пространства ($\rho^m = 0$) получаем следующее уравнение (6c), где функция $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$ - *векторный гравитационный потенциал*, соответственно $\gamma_0\vec{G}$ - *вектор гравитационной индукции*. И поскольку в уравнении (6c) $\mathrm{rot}\,\vec{A}^{гр} \neq 0$, то *поле вектора* $\vec{A}^{гр}(\vec{r})$ *чисто вихревое*, а потому можно записать и последнее уравнение (6d) в виде кулоновской калибровки.

Построенная система уравнений статического гравитационного поля (6) позволяет также получить соотношение энергетического баланса, а именно

$$\vec{A}^{гр}\,\mathrm{rot}\,\vec{G} - \vec{G}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}^{гр} = \mathrm{div}\,[\vec{G}, \vec{A}^{гр}] = -\gamma_0(\vec{G}\cdot\vec{G})\,. \tag{7}$$

Видно, что соотношение энергетического баланса характеризует в данной точке пространства объемную плотность механической энергии (слагаемое слева), которая принципиально определяется транспортом извне объемной плотности гравитационного потока (дивергентное слагаемое), либо наоборот (7), источник энергии гравитации создает гравитационный поток наружу. Следовательно, система уравнений гравистатики (6) также физически содержательна, а следующее из нее соотношение энергетического баланса (7) представляет собой статический аналог гравитационной теоремы Умова-Пойнтинга.

Резюме. На основе концепции «корпускулярно-полевого дуализма Материи» в виде тождества кинематических характеристик локализованного в пространстве материального тела и гравитационного поля, создающего такие характеристики при полноправном включении в теорию векторного гравитационного потенциала построены системы динамических и статических уравнений гравитационного поля. При этом установлено, что гравитационное поле принципиально реализуется неразрывной совокупностью двух векторных полей, а именно, *вектора гравитационной напряженности* и *гравитационного векторного потенциала.* В рамках указанных уравнений однозначно показано: *скорость распространения волн гравитации в точности равна скорости света в физическом вакууме*, что подтверждает выводы основополагающей работы [2] о *Едином поле* силового пространственного взаимодействия материальных тел.

Литература

1. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М. Прохоров. - М.: Советская энциклопедия, 1983.

2. *Сидоренков В.В.* Единое поле силового пространственного взаимодействия материальных тел // http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/101231162031.pdf .

3. *Сидоренков В.В.* Физические основы современной теории электромагнитного поля // http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/111124161340.pdf.