

Гравитационное отклонение света 3

[Владимир Браун](#)

27.10.2020

Данная статья содержит небольшие дополнения к предыдущей статье. Первое – приведён альтернативный вариант вывода выражения для угла траектории с радиус-вектором, без использования выражений для угловой и радиальной скорости. Второе – продемонстрирована возможность применения формул текущего отклонения к телам с гиперболической траекторией.

Тангенс угла траектории с радиус-вектором равен отношению тангенциальной и радиальной составляющих скорости:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{v_{\perp}}{v_r} = \frac{r\dot{\varphi}}{\dot{r}}.$$

В прошлый раз, воспользовавшись равенствами

$$\dot{\varphi} = \frac{\sqrt{-v_{\infty}^2 ap}}{r^2}, \quad \dot{r} = \frac{\sqrt{v_{\infty}^2 (r-a)(r-p)}}{r},$$

мы получили для него выражение

$$\frac{r\dot{\varphi}}{\dot{r}} = \sqrt{\frac{ap}{(a-r)(r-p)}}.$$

Попробуем теперь вывести его по-другому:

$$\frac{r\dot{\varphi}}{\dot{r}} = r \frac{d\varphi}{dt} \Big/ \frac{dr}{dt} = r \frac{d\varphi}{dr} = r \frac{d}{dr} \left(\arcsin \frac{r-f}{er} \right) = \frac{f}{\sqrt{e^2 r^2 - (r-f)^2}}.$$

Подставив $e = \frac{a-p}{a+p}$, $f = \frac{2ap}{a+p}$, получаем то же, что и раньше: $\frac{r\dot{\varphi}}{\dot{r}} = \sqrt{\frac{ap}{(a-r)(r-p)}}.$

Первый вариант короче и проще. Но так как использованные при этом выражения угловой и радиальной скорости из моего обобщения Ньютоновой теории тяготения приведены без доказательства, то новый вывод может показаться более убедительным. С другой стороны, полученное совпадение результатов – подтверждение верности названного обобщения и следствий из него.

Полученные нами формулы отклонения пригодны не только для света, но и для тел с гиперболической траекторией. В последнее время были открыты два таких объекта:

1. И/Оумуамау – первый обнаруженный межзвёздный объект, пролетающий через Солнечную систему (открыт 19.10.2017);
2. 2I/Borisov – комета Борисова, первая межзвёздная комета, с гелиоцентрическим эксцентриситетом орбиты больше 3-х (открыта 30.08.2019).

Давайте, опробуем наши формулы отклонения на этих объектах.

Считая, что тела летят с очень большого расстояния, используем формулу

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{e} + \arcsin \left(\frac{1}{e} \sqrt{\frac{(r-a)(r-p)}{(r-a-p)r}} \right).$$

1. Астероид 11/Оумуамуа:

$$e = 1,19951$$

$$p = 0,25534 \text{ а.е.}$$

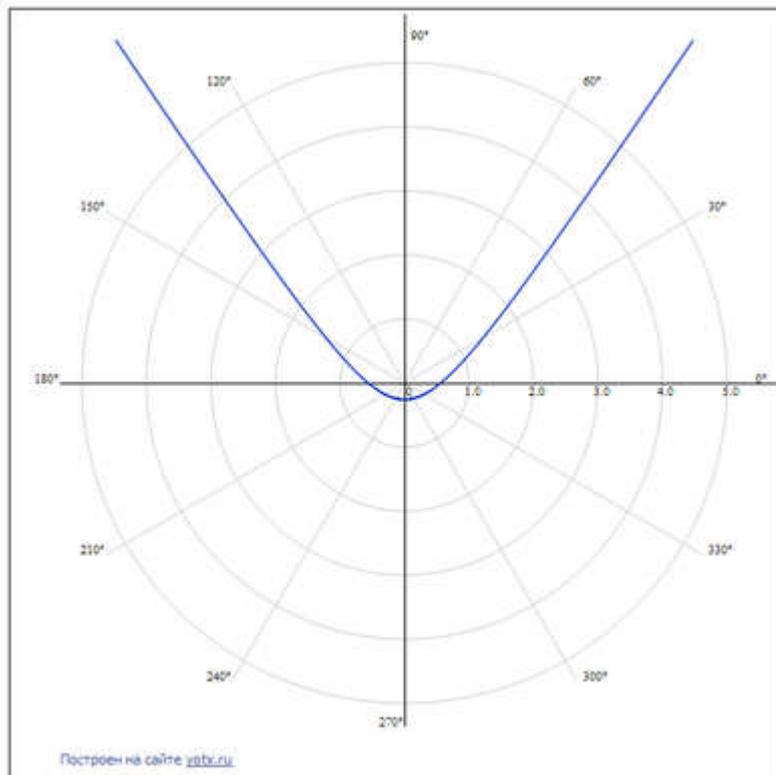
$$a = -2,81501 \text{ а.е.}$$

$$f = 0,56162 \text{ а.е.}$$

Соответствующее уравнение траектории:

$$r = \frac{0,56162}{1 - 1,19951 \sin \varphi}.$$

Траектория астероида в Солнечной системе:



Отклонение траектории от прямой линии на разных расстояниях от Солнца:

Перигелий	0,2553 а.е.	56,48°
Меркурий	0,3871 а.е.	86,94°
Венера	0,7233 а.е.	100,60°
Земля	1,0000 а.е.	104,62°
Марс	1,5237 а.е.	108,11°
Юпитер	5,2026 а.е.	112,19°
Сатурн	9,5549 а.е.	112,69°
Уран	19,2185 а.е.	112,88°
Нептун	30,1104 а.е.	112,92°
Плутон	39,5447 а.е.	112,94°
	∞	112,96°

Цитата из Википедии: "Объект отдаляется от Солнца под углом в 66° от изначального направления". Наш расчёт даёт немного другое значение: $180^\circ - 113^\circ = 67^\circ$.

2. Комета Борисова, 2I/Borisov.

$$e = 3,3572$$

$$p = 2,00663 \text{ а.е.}$$

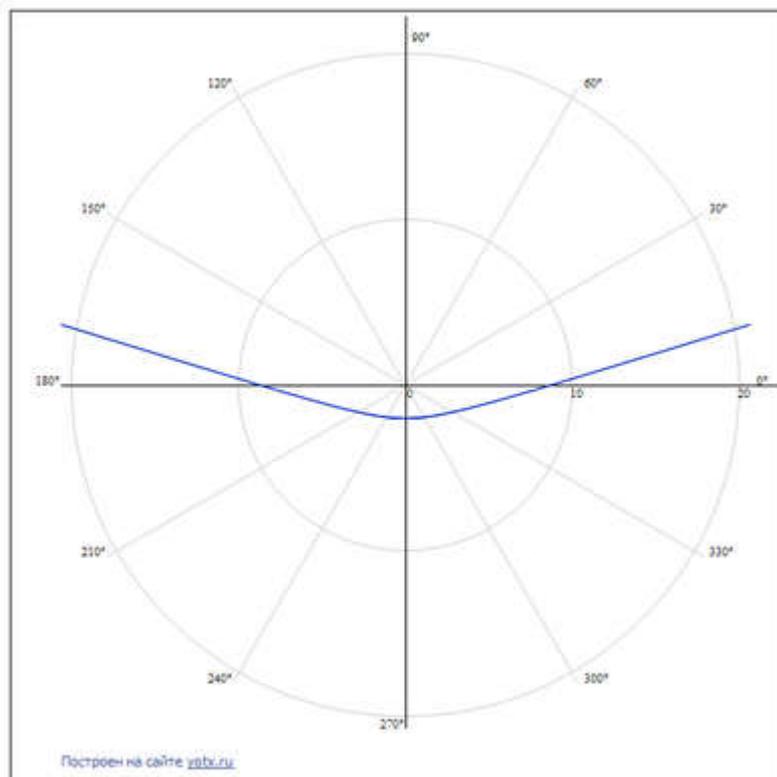
$$a = -3,70918 \text{ а.е.}$$

$$f = 8,74330 \text{ а.е.}$$

Соответствующее уравнение траектории:

$$r = \frac{8,74330}{1 - 3,3572 \sin \varphi}.$$

Траектория кометы в Солнечной системе:



Отклонение траектории от прямой линии на разных расстояниях от Солнца:

Перигелий	2,0066 а.е.	17,33°
	2,1000 а.е.	21,78°
	2,3000 а.е.	24,82°
	2,5000 а.е.	26,59°
	3,0000 а.е.	29,14°
	4,0000 а.е.	31,48°
Юпитер	5,2026 а.е.	32,71°
Сатурн	9,5549 а.е.	34,03°
Уран	19,2185 а.е.	34,49°
Нептун	30,1104 а.е.	34,59°
Плутон	39,5447 а.е.	34,62°
	∞	34,66°

Вы, наверное, обратили внимание, что отсчёт расстояний начинается с перигелия, и, соответственно, отсчёт углов – с угла в перигелии. Для света это естественно, поскольку отклонение света наблюдается с некоторого расстояния от центра тяготения, с Земли, уже после прохождения светом перигелия. Для тел же, такой отсчёт, вообще говоря, не совсем естественен. Мы можем захотеть узнать угол отклонения в момент, когда тело находится на некотором расстоянии от центра ещё до прохода перигелия. Т.е. для тел более естественно начать отсчёт углов с нуля.

Достичь этого можно с помощью следующей формулы, точнее формул, потому что это, по сути, две формулы – для каждой части траектории своя:

$$\gamma = \arcsin \frac{1}{e} \pm \arcsin \left(\frac{1}{e} \sqrt{\frac{(r-a)(r-p)}{(r-a-p)r}} \right).$$

Знак минус используется для левой части траектории, до прохождения перигелия, знак плюс – для правой части, после прохождения перигелия.

Отсчёт углов будет идти тогда с нуля на бесконечном расстоянии от центра тяготения до прохождения перигелия – до предельного угла на бесконечном расстоянии от центра после прохождения перигелия. Эти формулы можно, конечно, применить и для света.

Вот какие значения мы получим тогда для отклонения траектории астероида П/Оумуама от изначального направления на разных расстояниях от Солнца:

	∞	0°
Плутон	39,5447 а.е.	0,02°
Нептун	30,1104 а.е.	0,03°
Уран	19,2185 а.е.	0,07°
Сатурн	9,5549 а.е.	0,27°
Юпитер	5,2026 а.е.	0,77°
Марс	1,5237 а.е.	4,85°
Земля	1,0000 а.е.	8,34°
Венера	0,7233 а.е.	12,36°
Меркурий	0,3871 а.е.	26,01°
Перигелий	0,2553 а.е.	56,48°
Меркурий	0,3871 а.е.	86,94°
Венера	0,7233 а.е.	100,60°
Земля	1,0000 а.е.	104,62°
Марс	1,5237 а.е.	108,11°
Юпитер	5,2026 а.е.	112,19°
Сатурн	9,5549 а.е.	112,69°
Уран	19,2185 а.е.	112,88°
Нептун	30,1104 а.е.	112,92°
Плутон	39,5447 а.е.	112,94°
	∞	112,96°