

Антропная физика **4** Кватеры — новые математические объекты в физике.

Мясников В.М.

Как один из общих принципов философии физики я исповедую *принцип адекватности* математики и физики. Суть его в том, что математические объекты, используемые в некоей физической теории ("на бумаге"), должны иметь физические аналоги в природе ("в железе"). Если математический аппарат выбран удачно (адекватно), то формально математическая теория может рассматриваться как физическая, и иногда даже "указывать Природе", как ей "вести себя" в той или иной физической ситуации. Я предлагаю определить (построить), **в рамках релятивистского начала**, некий "первичный" физический объект, который одновременно являлся бы неким "простейшим" математическим объектом, включал в себя основные типы физических величин и был бы достаточно универсальным, чтобы использоваться в возможно большем числе разделов физики. (В рамках классического начала таковыми являются, например, скалярное время и векторы).

Начнем с математики. Объект "со стороны математики" должен быть "простейшим". В математике простейшим объектом является число. Наш объект, конечно, не может быть числом, но может быть, в некотором смысле, "близким" к понятию числа.

Числами в математике называют объекты (т.н. линейные алгебры), для которых определены операции сложения и умножения, удовлетворяющие трем законам арифметики:

- I-a — коммутативность сложения,
- I-b — коммутативность умножения,
- II — ассоциативность сложения и умножения,
- III — дистрибутивность сложения/умножения.

Наиболее известными являются т.н. вещественные и комплексные числа. Доказано, математически строго (Г.Фробениус), что никаких других математических объектов, которые можно было бы назвать числами, не существует. Кватернионы являются математическими объектами "наиболее близкими" к числам, для них выполняются все законы арифметики, кроме одного — коммутативности умножения. При этом, существуют такие подмножества кватернионов (векторные части которых принадлежат одному и тому же одномерному векторному подпространству), для которых имеет место также и коммутативность умножения. Все прочие объекты (линейные алгебры) находятся "дальше" от понятия числа.

Кватернионами над полем вещественных чисел называют линейные алгебры вида $Q = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$, где q_μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$) — вещественные числа, а $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — некоторые символы, для которых определена таблица умножения:

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = -1$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = -\mathbf{j} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{k}$$

$$\mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = -\mathbf{k} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{i}$$

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = -\mathbf{i} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{j}$$

Если $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ — орты координатных осей декартовой прямоугольной системы координат (или ортонормированный базис в \mathbb{R}^3), то $q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} = \vec{\mathbf{q}}$ — вектор и тогда $Q = q_0 + \vec{\mathbf{q}}$ — кватернион как сумма скаляра и вектора. Например, в физическом пространстве \mathbb{R}^3 , в котором выбрана точка отсчета, кватернион $Q = a + \vec{\mathbf{r}}$ можно интерпретировать, как радиус-вектор точки, в которой задана некая скалярная величина a (время, масса, потенциал и др.). Если $a = t$ — время, то различаются физические размерности слагаемых (физическая размерность радиуса-вектор — длина), что недопустимо в понятии линейная алгебра, поэтому скаляр, характеризующий время, следует брать, например, в виде ct (физическая размерность — длина), где c — фундаментальная физическая константа (скаляр), имеющая физическую размерность скорости и называемая

"скорость света в вакууме". Таким образом, кватернионы вида $Q = ct + \vec{r}$ можно рассматривать как элементы пространства-время в трехмерном пространстве (!) ..., но есть один нюанс.

Все физические объекты (речь не об объектах Природы, но об объектах науки физики, "существующих" только в виде информации об объектах Природы в нашем сознании, "на бумаге") в "первом приближении" естественно разбиваются на две непересекающиеся группы: (условно) геометризруемые и негеометризруемые. Геометризруемые объекты (величины) или пространственные объекты — это объекты допускающие пространственную (геометрическую) интерпретацию (например, вектор как направленный отрезок), можно представить их положение (локализацию) в пространстве, нарисовать, сделать модель из материальных объектов ("палочек" и "веревочек") и т.д. и т.п. Негеометризруемая величина — это величина принципиально не допускающая пространственную (геометрическую) интерпретацию, это скаляр. Именно так я определяю физический скаляр как величину, не геометризруемую ни в каком смысле. (Дело в том, что не только в физике, но и в математике нет строгого определения скаляра). Одно из возможных определений (разумеется, не строгих) «скаляр — это не вектор». Под «не вектор» здесь имеется в виду не какой-то другой объект, но определение вектора, из которого выкинута важнейшая составляющая, делающая его собственно вектором. Вектор можно определить как *направленный отрезок*, т.е. отрезок имеющий *определенное (фиксированное) направление* или отрезок, у которого заданы (фиксированы) начальная точка (*начало*) и конечная точка (*конец*). И тогда «не вектор» — это: 1) "отрезок" не имеющий никакого (определенного) направления, но также 2) "отрезок" имеющий любое направление (в смысле все возможные направления одновременно, среди которых нет фиксированного) или, что то же самое, "направленный отрезок" имеющий фиксированным только начало, тогда как конец не фиксирован — это любая точка, отстоящая от начальной точки на расстоянии, равном длине отрезка. Я буду называть такие объекты «**ёжиком**».

Ёжик — это множество всех направленных отрезков (векторов) одной длины, имеющих общее начало, и рассматриваемых как единое целое. Длину направленных отрезков можно считать также "длиной" (размером, модулем) ёжика. Умножение ёжика на число означает умножение всех направленных отрезков на это число. Умножение на отрицательное число меняет направление, меняет местами начало и конец направленных отрезков, т.е. общим становится конец, имеет смысл назвать такой объект "**антиёжиком**". Вводятся также понятия "единичный ёжик" и "единичный антиёжик". Учитывая, что концы отрезков образуют сферу с центром в начале и радиуса, равного длине отрезков, ёжик можно интерпретировать также как "радиус-вектор сферы относительно центра", а антиёжик — как "радиус-вектор центра относительно сферы".

Итак, имеем абсолютное противоречие: 1) скаляр принципиально *не интерпретируется* в пространстве; 2) скаляр *интерпретируется* в пространстве как ёжик. Есть единственная возможность разрешения этого противоречия: если в первом случае речь о **вещественном** скаляре, то во втором — о **не-вещественном**, т.е. **чисто мнимом**.

Отсюда моя самая главная гипотеза (в *вещественном* пространстве !):

Вещественный скаляр никак не интерпретируется в пространстве;

Чисто мнимый скаляр интерпретируется в пространстве как **ёжик**,

В частности, **мнимая единица** интерпретируется как **единичный ёжик**

Я действительно считаю идею о геометризации мнимой единицы (в вещественном пространстве!) моей самой главной и счастливой находкой, возможно, — самой главной во всей моей работе (полагая, что получение всех остальных результатов — "дело техники"), и надеюсь, что именно так её оценят и физики, и математики.

Приведенные выше рассуждения я придумал специально для Вас, читатель, и насколько они убедительны, судить Вам. Я же пришел к этой идее совсем другим путем. Я предложил новый (постньютоновский) закон тяготения, на основании которого построил модель материальной точки, в которой идея геометризации мнимой единицы сама "пришла мне в руки", причем одновременно и "со стороны" мнимого скаляра, и "со стороны" пространства.

Однако, вернемся к кватернионам. Напомню, что кватернионы как математические объекты появились в середине 19 века (Гамильтон, 1853 г., *W.R.Hamilton, Lectures on quaternions, Dublin, 1853*) и Д.К.Максвелл вывел свои знаменитые уравнения в кватернионном исчислении. Итак, кватернион можно представить как сумму скаляра и вектора $Q = a + \vec{r}$. Нюанс, о котором я

говорил, состоит в том, что одно слагаемое (вещественный скаляр a) — негеометризуемый объект, тогда как другой \vec{r} — геометризуемый, что делает невозможным пространственное представление кватерниона с ненулевой скалярной частью. Я думаю, что именно эта особенность кватернионов заставила физиков (О.Хевисайд, Г.Герц, Д.У.Гиббс и др.) отказаться от кватернионного исчисления в пользу векторного (почти идеально интерпретируемого в пространстве), которое отпочковалось от кватернионного с отбрасыванием скалярной части (с потерей, при этом, операции "деления на вектор", что многими рассматривается как существенный недостаток векторного исчисления).

Я предлагаю вернуть физику в лоно кватернионного исчисления, освободив его от всех отмеченных недостатков, заменив в кватернионе вещественный скаляр мнимым. Я назвал такие объекты «кватер» (от лат. *quater*, *четырежды*, *четыре раза* или, если угодно, сокращение от *кватер-нион*), а исчисление с использованием кватеров — **кватерным**.

Я полагаю, что кватерное исчисление в физике, по своим возможностям, существенно превосходит векторное исчисление, позволяет не только с замечательным изяществом и наглядностью описывать уже известные физические явления (не выходя из "нашего" трехмерного вещественного пространства !!!), но и предсказывать совершенно новые, неизвестные явления (думаю, что "эвристический потенциал" кватеров очень большой. Моя работа — это лишь начало использования возможностей кватерного исчисления, "лежащих на виду"). Например, в кватерном пространстве-время преобразования Лоренца определяются как два (левое и правое) спинорных полувращения, уравнения Максвелла — как "реакция" (действием кватерного дифференциального оператора) на введение в кватерное пространство-время кватерной плотности электрического заряда или кватерной плотности массы [1] (подобно тому, как в классике второй закон Ньютона можно рассматривать как "реакцию" (действием оператора дифференцирования) на введение в пространство инертной массы). В первом случае получаются электромагнитные уравнения Максвелла, во втором — гравитационные. Собственно вывод занимает несколько строк текста (и несколько страниц комментария), причем лоренц-ковариантность уравнений очевидна сразу. Далее, *абсолютно новое в физике, но совершенно естественное в кватерном исчислении*, понятие *пространства-масса* [2] естественно приводит к понятию гравитационного поля, новому закону тяготения, одинаково хорошо описывающему и ньютоновскую гравитацию (включая качественное решение проблемы т.н. темной материи) и гравитацию Вселенной в целом (включая решение проблемы темной энергии) ([1] гл. III и [3]), и т.д. и т.п..

Не могу не указать в заключение, что мнимая константа c^* ("световой" ёжик!) "говорит" о свете много больше, чем фундаментальная константа c . Например, кватер пространства-время $c^*t + \vec{r}$, примененный к свету, прямо указывает на принцип Гюйгенса распространения света, что позволяет Наблюдателю (нам с вами) объединить Пространство и Свет (электромагнетизм?) в единый физический объект (вспомните, "первое" и "важнейшее" для Наблюдателя свойство света — *визуализация пространства*). Таким образом, пространство получает экспериментальную базу (свет, в отличие от пространства, допускает эксперимент, а свет, в свою очередь, получает "доказательство" принципа Гюйгенса расширением Вселенной.), например, можно утверждать, что кватерное пространство $c^*t + \vec{r}$ "расширяется" в каждой точке (с радиусом-вектор \vec{r}) по Гюйгенсу, что, в свою очередь, можно интерпретировать как локальное проявление расширения Вселенной, последнее создает некое давление, действующее на материальные тела (ничего другого просто нет!), которое можно интерпретировать как "искривление" пространства. То самое "искривление", ответственное, по А.Эйнштейну, за гравитацию (ОТО).

(Кто-то из великих физиков сказал (по другому поводу) примерно следующее: "Несомненно, эта теория безумна, но достаточно ли она безумна"?).

Кватеры в физике.

Итак, $Q = a^* + \vec{r}$ — кватер. Здесь $a^* = \alpha^* \cdot \beta$ — чисто мнимый скаляр, описывающий вполне вещественное свойство β (время, масса, потенциал и др.), $\alpha^* = \alpha \cdot 1^*$ — размерный множитель (вещественный, умноженный на мнимую единицу), \vec{r} — радиус-вектор из точки отсчета.

Я обозначаю мнимую единицу символом 1^* (единица со звездочкой, единичный ёжик) $i = 1^*$, и вообще звездочкой обозначаю мнимое число как результат умножения вещественного числа на мнимую единицу, например, $a^* = a \cdot 1^*$, $(1^*)^2 = 1^* \cdot 1^* = (1^*)^* = -1$, $(x + y)^* = x^* - y$, и т.д.

Например, вещественное (!) пространство-время, в котором выбрана точка отсчета, описывается множеством кватернов $c^*t + \vec{r}$, где \vec{r} — радиус-вектор из точки отсчета, t — время Наблюдателя (в точке отсчета), $c^* = c \cdot 1^*$ — размерный множитель, имеющий физическую размерность скорости ("световой ёжик" — фундаментальная физическая константа, умноженная на мнимую единицу 1^*).

1. Повторяю еще и еще раз — науку физику делают Наблюдатели. С точки зрения Наблюдателя "первейшее" свойство Света — визуализация пространства, т.е. свет "даёт" Наблюдателю возможность видеть, и не просто "видеть", но "наблюдать" окружающий мир (т.е. задавать вопросы типа "что?", "как?", "почему?" и, по возможности, отвечать на них), и создавать возможности ("инструменты") для подобного наблюдения. Я полагаю кватер и кватерное пространство-время (а также кватерное пространство-масса и др.) является одним из подобных "инструментов". Это позволяет Наблюдателю утверждать, что кватер $c^*t + \vec{r}$, наряду с пространством-время, описывает также "пространство-свет", т.е. закон заполнения пространства светом, что прямо указывает на принцип Гюйгенса (свет, достигая точки, задаваемой радиусом-вектор \vec{r} , распространяется далее во все стороны со скоростью света c^*). А это, в свою очередь, указывает Наблюдателю на то, что пространство "заполняет" Вселенную также по принципу Гюйгенса (свет, с точки зрения Наблюдателя, распространяется в пространстве по Гюйгенсу потому, что ТАК "распространяется" пространство), что указывает на расширение пространства локально в любой точке Вселенной и на расширение Вселенной в целом (глобально). Последнее, при наличии в пространстве материальных тел, можно интерпретировать (и локально, и глобально) как "вытекание" дополнительного (за счет расширения) пространства через материальные тела из нашей Вселенной "во вне", или, если угодно, как "искривление" пространства (как в ОТО), приводящее к явлению "гравитация". См. мою статью "Эфир механический, электромагнитный и гравитационный" <https://yadi.sk/i/6OuYi4rApnC20A>, раздел Гравитационный эфир.

Дополнение в обозначениях. Вектор, входящий в определение кватера, следует рассматривать не как вектор, но как кватер с нулевой скалярной частью. Это необходимо делать, явно или по умолчанию, т.к. кватерное умножение векторов отличается от умножения векторов в векторной алгебре. Пусть \vec{a} и \vec{b} — векторы как кватеры с нулевой скалярной частью, тогда $\vec{a}\vec{b} = -(\vec{a}, \vec{b}) + [\vec{a}, \vec{b}]$ (см.[1], гл. II), где (\vec{a}, \vec{b}) — скалярное произведение, а $[\vec{a}, \vec{b}]$ — векторное произведение в векторной алгебре, в частности $(\hat{\vec{a}})^2 = -(\vec{a})^2$, где слева — квадрат кватера, а справа — "минус" скалярный квадрат вектора. Во избежание возможных ошибок в кватерных вычислениях иногда (в сомнительных случаях) будем кватер пометать значком $\hat{\cdot}$ (циркумфлекс).

2. Примеры:

Кватер пространства-время — $\hat{R} = c^*t + \vec{r}$.

Модуль кватера определяется $|\hat{R}| = \sqrt{|\hat{R}\hat{R}|} = \sqrt{(c^*t + \vec{r})(c^*t - \vec{r})} = \sqrt{-c^2t^2 + r^2}$.

Кватерное время — $\hat{T} = \hat{R} / c = t^* + \vec{r} / c$, (t — время Наблюдателя в точке отсчета, $t + r/c$ — время Наблюдателя в точке \vec{r} , $r = |\vec{r}|$). Обращаю внимание, что событие "точка отсчета в момент времени t " и событие "точка \vec{r} в момент времени $t + r/c$ " — одновременны.

Кватерная классическая (в рамках первого начала) скорость —

$$V = d\hat{R} / dt = (c^* dt + d\vec{r}) / dt = c^* + \vec{v};$$

Кватерный импульс — $\hat{P} = m\hat{V} = c^*t + \vec{p}$, ($\vec{p} = m\vec{v}$);

Кватерная энергия — $\hat{E} = c\hat{P} = E^* + c\vec{p}$ ($E = mc^2$, я использую эту формулу только для обозначения массы (не отрицая другую, "знаменитую" интерпретацию, применяемую в другом месте): если m — масса на "языке массы", то $E = mc^2$ — та же масса (в смысле $m = E/c^2$) на "языке энергии" (именно в этом смысле следует понимать эквивалентность массы и энергии), можно также привести другие названия массы, например, $p = mc$ — на "языке количества движения", $r_g = Gm/c^2$ — на "языке длин", $t = Gm/c^3$ — на "языке времени" и др. Любое из перечисленных названий массы можно использовать при условии согласования физических размерностей и корректировки используемой терминологии или даже — иной физической интерпретации явлений, см. статью "Формула Эйнштейна" <https://yadi.sk/i/mOqvJNkKFDfMIQ>.

Кватерное пространство-масса — $\hat{M} = -r_g^* + \vec{r}$, где $r_g = \frac{Gm}{c^2}$ — т.н. *гравитационный радиус* массы m , G — гравитационная постоянная;

Кватерный потенциал — $\hat{\Phi} = \varphi^* + \vec{A}$;

Кватерный дифференциальный оператор (Гамильтона) — $\hat{D} = \frac{1^*}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \nabla$;

И т.д. и т.п. При этом, существенно упрощаются многие вычисления, т.к. с кватерами можно обращаться как с числами, помня лишь про некоммутативность умножения.

Если Наблюдатель определяет Систему Отсчета (СО) как "Точку Отсчета с окрестностью", и пространство СО — *однородным* и *изотропным*, то это накладывает на выбор пространственного кватера очень жесткие ограничения, а именно: векторная часть кватера $\hat{R} = c^*t + \vec{r}$ и, соответственно, скорости $\hat{V} = c^* + \vec{v}$ должны быть ориентированы вдоль одного радиального направления (любого, но фиксированного) из точки отсчета, при этом скорость \vec{v} — постоянна и по направлению (в силу изотропности), и по величине (в силу однородности, включая однородность времени). Такие пространства в физике называют *инерциальными*, а *Систему Отсчета* с выбранной точкой отсчета и её окрестностью, точки которой определяются радиусами-вектор \vec{r} (в кватерном исчислении точки окрестности одновременно в точке отсчета), называют *Инерциальной Системой Отсчета* (ИСО).

Наблюдатель, определяя таким образом инерциальную систему отсчета, должен выделить одно радиальное направление (в качестве "рабочего" направления), заданием орта $\vec{1} = \vec{r}/|\vec{r}|$ (единичного вектора), т.е. определить одномерное кватерное подпространство $\{c^*t + r\vec{1}/r = |\vec{r}|\}$ и проводить любые исследования в этом подпространстве, а после завершения работы распространить полученные результаты (в силу изотропности) на все направления. Для простоты Наблюдатель определяет одномерную декартовую систему координат Ox с началом в точке отсчета и ортом $\vec{1}$ и тогда кватер ($\hat{R} =$) $\hat{X} = c^*t + x\vec{1}$ называю геометрическим представлением кватера на оси Ox (поскольку c^* и $\vec{1}$ геометризуемые объекты) или, имея в виду $1^* = i$ (мнимая единица) и $x\vec{1}$ равен радиусу-вектор точки на оси с координатой x , кватер $\hat{X} = ct + \hat{x}$ называю алгебраическим представлением кватера на оси Ox , на всякий случай отмечая, что здесь \hat{x} — алгебраическое представление векторной части кватера, в частности $(\hat{x})^2 = -x^2$.

Итак, **одномерные кватеры на оси Ox :**

Кватер пространства-время — $\hat{X} = c^*t + x\vec{1}$, $\hat{X} = cti + \hat{x}$ (t — время в точке отсчета, x — проекция векторной части на ось Ox);

Кватерное время — $\hat{T} = \hat{X}/c = t \cdot 1^* + x\vec{1}/c$, $\hat{T} = ti + \hat{x}/c$ (t — время в точке отсчета ($x = 0$), $t + x/c$ — время в точке x);

Кватерная классическая (в точке отсчета, т.е. измеряемая из точки отсчета) **скорость** —

$$V = d\hat{X} / dt = (c^* dt + dx) / dt = c^* + \hat{v};$$

Кватерная релятивистская (в точке x) **скорость** —

$$\hat{V} = d\hat{x} / d\hat{T} = d\hat{x} / (dt \cdot 1^* + dx/c) = \hat{v} / (1^* + v/c).$$

При переходе к алгебраическому представлению 1^* на оси Ox можно заменить на 1 (наложите ёжик 1^* на точку $x=0$ оси и увидите такую возможность) т.е. $\hat{V} = v / (1 + v/c)$ — формула уже найденная для света (см. **3 Пространство и Свет как первичные понятия** (9)), обращаю внимание, что $\hat{V} \rightarrow c \Leftrightarrow v \rightarrow \infty$.

Кватерный классический импульс — $P = mV = mc^* + m\hat{v} = mc^* + \hat{p} \quad (p = mv)$

Кватерная классическая энергия — $E = cP = mcV = mc^2 \cdot 1^* + c\hat{p} = E^* + c\vec{p}$

Модуль кватера энергии $|E^* + c\vec{p}|$ интерпретируется как полная энергия движущегося тела, в случае покоящегося тела ($\vec{p} = 0$) его полная энергия равна $|E_0^*| = m_0c^2$. При движении тела m из состояния покоя ($\vec{v} = 0$) к движению с постоянной скоростью \vec{v} имеет место сохранение энергии (закон)

$$|E^* + c\vec{p}| = |E_0^*| \quad (1)$$

Возводя почленно левую и правую части (1) в квадрат, имеем

$$|(E^* + c\vec{p})(E^* - c\vec{p})| = |E_0^* \cdot E_0^*| \Rightarrow |-E^2 + c^2 p^2| = |-E_0^2| \Rightarrow E^2 - c^2 p^2 = E_0^2 \quad (2)$$

$$\Rightarrow (mc^2)^2 - c^2(mv)^2 = (m_0c^2)^2 \Rightarrow m^2(1 - \frac{v^2}{c^2}) = m_0^2 \Rightarrow m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (3),$$

для $v \ll c \quad m = m_0 + \frac{1}{2} \frac{m_0 v^2}{c^2} \Rightarrow mc^2 = m_0c^2 + \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow \boxed{E = E_0 + E_{кин}, v \ll c}$

Кватерное пространство-масса — $\hat{R} = -r_g^* + \vec{r} \quad (4)$ ($r_g = Gm/c^2$ — гравитационный радиус массы m). Пусть M — материальная точка массы m . Масса m (материальная точка M) порождает кватерное пространство-масса $\hat{R} = -r_g^* + \vec{r}$, а также, кватерный гравитационный потенциал $\hat{\Phi} = \varphi^* + \vec{A}$. Естественно приравнять их кватерные нормированные (безразмерные) значения

$$\frac{\hat{R}}{|\hat{R}|} = \frac{\hat{\Phi}}{c^2} \Rightarrow \frac{-r_g^* + \vec{r}}{\sqrt{|-r_g^2 + r^2|}} = \frac{\varphi^* + \vec{A}}{c^2} \quad (5)$$

Приравнивая скалярные и векторные части слева и справа, находим (скалярный) потенциал гравитационного поля в точке, удаленной от M на расстояние r ,

$$\varphi = c^2 \frac{-r_g}{\sqrt{|r_g^2 - r^2|}} = \begin{cases} -\frac{Gm}{\sqrt{r^2 - r_g^2}}, & r > r_g \\ -\frac{Gm}{\sqrt{r_g^2 - r^2}}, & 0 \leq r < r_g \end{cases} \quad (6)$$

и векторный потенциал гравимагнитного поля:

$$\vec{A} = c^2 \frac{\vec{r}}{\sqrt{|-r_g^2 + r^2|}} = \begin{cases} \frac{c^2 \vec{r}}{\sqrt{r^2 - r_g^2}}, & r > r_g \\ \frac{c^2 \vec{r}}{\sqrt{r_g^2 - r^2}}, & 0 \leq r < r_g \end{cases} \quad (7).$$

В первом случае ($r > r_g$) во всех практически интересных случаях $r_g \ll r$ (для Земли $r_g = 0,45$ см и $\frac{r_g}{R_\oplus} = 7 \cdot 10^{-10}$) и значением r_g под корнем можно пренебречь, т.е. выражение для потенциала принимает вид

$$\varphi = c^2 \frac{-r_g}{r} = -\frac{Gm}{r} \Rightarrow -r_g = -\frac{Gm}{c^2},$$

т.е. скалярная часть кватера пространства-масса (4) выбрана так, чтобы гравитационный потенциал массы m для $r > r_g$ совпадал с ньютоновским (принцип соответствия).

Найдем также силу, действующую на пробную частицу массы m' , находящуюся на расстоянии r от массы m :

$$\vec{F} = -m' \cdot \text{grad } \varphi = \begin{cases} -\frac{Gmm' \vec{r}}{(r^2 - r_g^2)^{3/2}}, & r > r_g \\ \frac{Gmm' \vec{r}}{(r_g^2 - r^2)^{3/2}}, & 0 \leq r < r_g \end{cases} \quad (8).$$

Закон тяготения (8) предлагаю назвать постньютоновским.

В первом случае сила направлена к центру (к гравитационной сфере), во втором — от центра (также к гравитационной сфере!). Все это можно представить таким образом, что вся масса m "локализована" на поверхности гравитационной сферы и притягивает к себе массивные тела как изнутри, так и извне. При этом следует ясно понимать, что "на самом деле" никакой сферы нет, и о каком-либо распределении массы на этой сфере не может быть и речи. В частности бессмысленно ставить вопрос об экспериментальном подтверждении или опровержении существования гравитационной сферы, ибо никакой эксперимент не может ни подтвердить, ни опровергнуть её существования. Гравитационная сфера — это просто термин, означающий, что законы гравитации сформулированы так, как будто (при нашем макроскопическом здравом смысле) эта сфера действительно существует. Именно поэтому понятие гравитационной сферы оказывается чрезвычайно удобным, и мы будем им широко пользоваться. В дальнейшем, материальную точку, её гравитационную сферу, оба пространства с ней связанные, закон тяготения для этих пространств и т.д., называем моделью материальной точки

Модель материальной точки позволяет построить модель более широкой, по сравнению с Вселенной, системы — «МЕТАВСЕЛЕННАЯ = "наша" Вселенная плюс её окрестность», которая возникла и эволюционирует как единое целое. Для нас окрестность Вселенной (за космологическим горизонтом) принципиально не наблюдаема, но именно она содержит большую часть материи Мета Вселенной и именно эта материя определяет "гравитационную погоду" в нашей Вселенной (темная энергия, локальная гравитация) и практически все наблюдаемые явления во Вселенной (красное смещение, объяснимое как космологическое, доплеровское или гравитационное), закон Хаббла, ускоренное расширение Вселенной, иерархическая структура материи во Вселенной и др.)

Ссылки на мои статьи:

- [1]. Натуральная философия. Книга (19 глав + 5 приложений), гл. II и III.
<http://yadi.sk/d/xIZA19HLHBxo7>
- [2]. "Специальные" теории относительности (СТО* — новая редакция, СОТО и Кватерная Вселенная). Статья <http://yadi.sk/d/JaBkfpP8HBuPy>
- [3] "Вселенная. Постньютоновская (классическая) модель" <https://yadi.sk/i/1anfDSXv19gwnw> ,
- [4] "Вселенная. Постфридмановская модель" <https://yadi.sk/i/nuD50M3YmNbXQQ>

С уважением, Мясников Владимир