Расчёт прецессии орбиты Меркурия без ОТО

А.К. Юхимец, к.т.н., доц. anatoly.yuhimec@Gmail.com

Гравитационные поля изменяют наши физические эталоны длины, времени и массы. Соответственно изменяются и сами физические тела. Кроме того, в гравитационных полях происходит непрерывное изменение соотношения между внутренним локализованным (самоорганизованным) импульсом тел и их внешним импульсом. Это заставляет тела приближаться друг к другу, что мы и *называем тяготением*. Если же рассмотреть финитное движение малого тела вокруг тела с неизмеримо большей массой, например планет вокруг Солнца, то указанные явления приводят к тому, что эллиптические орбиты планет становятся незамкнутыми и, хотя и незначительно, но всё же вращаются в направлении движения планет.

В одной из предыдущих работ [1] мы установили, что в гравитационном поле размеры эталонов длины, а следовательно, и тел в направлении, параллельном градиенту гравитационного поля сокращаются в $1/(1-\varphi_m)$ раз. В направлении, перпендикулярном градиенту они остаются прежними. Во столько же раз замедляется в гравитационном поле и ход часов, и всех циклических процессов. Всё это является *следствием* изменения физического состояния субстрата материи (эфира) в местах расположения массивных тел.

Мы установили там же, что, если малое тело с массой m_0 при его «падении» из бесконечности в гравитационном поле большой массы остановить на радиусе R от М, то его масса покоя будет $m_{0R} = m_0(1-\varphi_m)$, где $\varphi_m = kM/c^2R$. Здесь k- гравитационная постоянная, ***c***- скорость света, R- расстояние от центра малой массы до центра массы М. И если φ_m в рассматриваемой задаче достаточно мало, то можно принять, что $1-\varphi_m = \sqrt{1-2\varphi_m} = \sqrt{1-2kM/c^2R}$. А, обозначив $2kM/c^2 = \alpha$, последнее выражение можно записать как $1-\varphi_m = \sqrt{1-\alpha/R}$. И тогда масса покоя малого тела будет $m_{0R} = m_0\sqrt{1-\alpha/R}$. (1)

Из-за указанных изменений эталонов длины и времени известный в *специальной теории относительности* (СТО) линейный элемент $ds^2 = c^2dt^2 - dx_1^{\,2} - dx_2^{\,2} - dx_3^{\,2}$ в гравитационном поле для нашего случая сразу же принимает вид $ds^2 = (1-\alpha/R)c^2dt^2 - \dfrac{dx_1^{\ 2}}{1-\alpha/R} - dx_2^{\ 2} - dx_3^{\ 2}$. При этом масса M расположена в центре *системы отсчёта гравитационного поля* (СОГП), а dx_1 в точке, где рассматривается линейный элемент, направлено вдоль *R*. И *точно такое же* выражение для линейного элемента *следует* из решения гравитационных уравнений для данного случая в ОТО Альберта Эйнштейна. Исследуя движение материальной точки в гравитационном поле по геодезической, соответствующей данному линейному элементу, Эйнштейн, *как известно*, решил задачу *о прецессии* орбиты Меркурия (см. [2]).

Рассмотрим и мы движение тела с малой массой m_0 в гравитационном поле тела с большой массой М. С большой точностью таковыми можно считать движения планет солнечной системы вокруг Солнца. Но сделаем мы это несколько иначе, чем в ОТО.

Чтобы масса m_0 могла совершать финитное движение вокруг массы М на некотором расстоянии от неё, она *должна потерять* часть своей первоначальной массы, которая и *будет её массой связи*. Тогда оставшаяся малая масса и будет двигаться вокруг массы М. Но раз малое тело на радиусе *R не остановлено*, а совершает орбитальное движение вокруг массы М, то его масса связи *будет вдвое меньше*, чем в случае его остановки. Половина его кинетической энергии, высвободившейся из его начальной потенциальной кинетической энергии при «падении», сохранится у тела в виде кинетической энергии орбитального движения. Поэтому масса связи малого тела в этом случае будет равна

$$m_{св} = \frac{m_0\varphi_m}{2} = \frac{m_0}{2}\frac{kM}{c^2R}. \qquad (2)$$

Если малая масса движется на радиусе *R* от М со скоростью *v*, то можем записать, что её общее значение будет $m = \dfrac{m_{0R}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$, (3)

где ***v*** и ***c***- скорость малой массы и скорость света с точки зрения СОГП.

Из всего сказанного выше можно записать, что $m + m_{св} = m_0$. (4)

А подставляя (1) в (3), а затем (2) и (3) в (4), последнее равенство можно записать как

$$\frac{m_0\sqrt{1-\alpha/R}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} + m_{св} = m_0. \qquad (5)$$

Далее, если ввести обозначение $h = \dfrac{1}{(1 - m_{св}/m_0)^2}$, то выражение (5) можно привести к виду: $1 - v^2/c^2 = h(1 - \alpha/R)$. (6)

Если по той или иной причине траектория движения малого тела вокруг большого *является эллиптической*, пусть даже с незначительным эксцентриситетом, то скорость движения малого тела $\boldsymbol{v}$ можно разложить на радиальную составляющую v_R и тангенциальную составляющую v_τ. И тогда формула (6) запишется как
$1 - v_R{}^2/c^2 - v_\tau/c^2 = h(1 - \alpha/R)$. (7)

Выражение (7) *определяет* траекторию движения малого тела. И так как в указанном движении малое тело, пусть даже незначительно, но всё же смещается по радиусу R, его орбита не может быть замкнутой. Это происходит именно *из-за изменения* физических эталонов, а значит, прежде всего, физического состояния эфира, на разных R. Орбита малого тела смещается вокруг большого по ходу его движения, т.е. *происходит её прецессия*. Чтобы показать это, запишем вначале формулу (7) в следующем виде:

$$1 - \frac{(dR'/dt')^2}{c^2} - \frac{R^2(d\varphi/dt')^2}{c^2} = h(1 - \alpha/R). \qquad (8)$$

Из теоремы площадей при финитном движении малой массы в гравитационном поле тела с большой массой можно записать, что $R'\left(\dfrac{Rd\varphi}{dt'}\right) = const = Cc$, где R'-расстояние до М в масштабах СОГП, $\boldsymbol{c}$- по-прежнему скорость света, а С- некоторая постоянная с размерностью длины. И так как $R' = R/\sqrt{1 - \alpha/R}$, то $dt' = \dfrac{R^2 d\varphi}{Cc\sqrt{1 - \alpha/R}}$. (9)

Если движение малого тела в гравитационном поле массы M совершается при незначительных по абсолютному значению гравитационных потенциалах, то с большой точностью можно записать, что $dR' = dR/\sqrt{1 - \alpha/R}$. (10)

И тогда, подставив (9) и (10) в (8) и выполнив некоторые алгебраические упрощения, вначале получим выражение

$$1 - \left(\frac{dR}{d\varphi}\right)^2 \frac{C^2}{R^4} - \frac{C^2}{R^2}(1 - \frac{\alpha}{R}) = h(1 - \frac{\alpha}{R}),$$ а из него и

$$\left(\frac{dR}{d\varphi}\right)^2 + R^2(1 - \frac{\alpha}{R}) = \frac{R^4}{C^2}[1 - h(1 - \frac{\alpha}{R})]. \qquad (11)$$

Оно *в точности и с теми же заменами* соответствует уравнению, полученному К. Шварцшильдом [4, с. 206].

Далее, если ввести обозначения $C^2/h = B^2$, $(1-h)/h = 2A$ и $1/R = x$ и подставить в (11), то с учётом, что $dR = -R^2 dx$, получим

$$\left(\frac{dx}{d\varphi}\right)^2 = \frac{2A}{B^2} + \frac{\alpha}{B^2}x - x^2 + \alpha x^3. \tag{12}$$

То есть уравнение (12) принимает *тот же вид*, в котором оно и было получено Эйнштейном [3, т. 1, с. 445].

Последнее уравнение можно записать в виде

$$d\varphi = \frac{dx}{\sqrt{2A/B^2 + \alpha x/B^2 - x^2 + \alpha x^3}},\ \text{а из него}\ \varphi = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{2A/B^2 + \alpha x/B^2 - x^2 + \alpha x^3}},$$

где φ - угол, который описывает радиус-вектор малой массы при её перемещении от перигелия до афелия. Пределы интегрирования $x_1 = 1/R_1$ и $x_2 = 1/R_2$ являются обратными значениями минимального и максимального расстояний малой массы от М.

Интегрирование последнего уравнения, после соответствующих подстановок, с приемлемым приближением, принятым Эйнштейном для случая движения Меркурия вокруг Солнца, даёт угол $\varphi = \pi[1 + \frac{3}{4}\alpha(x_1 + x_2)]$. Следовательно, при полном обороте перигелий сместится на угол

$$\Delta\varphi = 2\pi - 2\varphi = \frac{3}{2}\pi(x_1 + x_2). \tag{13}$$

Интересно также, как отметил Шварцшильд, что если в (12) сделать замену $r = R(1 - \alpha^3/r^3)^{1/3}$, то эйнштейновское приближение *переходит в точное решение*. А так как выражение в скобках отличается от единицы даже для Меркурия на величину порядка 10^{-12}, то R и r практически равны. Так что мы видим насколько высока точность эйнштейновского приближения.

Далее, если ввести обозначение эксцентриситета орбиты $e = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}$ и большой полуоси $a = \frac{R_1 + R_2}{2}$, то выражение (13) запишется как

$$\Delta\varphi = 3\pi\frac{\alpha}{a(1-e^2)}. \tag{14}$$

А если затем ввести период обращения малой массы вокруг М и обозначить его через *T*, то с учётом того, что $m_0 << M$, его квадрат можно выразить как $T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{kM}$ [4, с. 312]. И тогда формулу (13) в окончательном виде можно записать как

$$\Delta\varphi = 24\pi^3 \frac{a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}. \qquad (15)$$

Если в (15) подставить *а* в *см, Т* в *сек* и скорость света ***с*** в *см/сек*, то вычисления для планеты Меркурий дают смещение его перигелия в 43 угловых секунды *за столетие*. Это, *как известно*, хорошо *согласуется* с наблюдениями астрономов (примерно 45 угловых секунд).

Ссылки:

1. Общая относительность и эталоны массы, длины и времени в гравитационных полях
http://new-idea.kulichki.net/pubfiles/241212214749.pdf

2. А. Эйнштейн и теория гравитации (Сб. статей). Мир. М.- 1979.

3. А. Эйнштейн Собрание научных трудов в 4-х т.: М. Наука, 1965-1967.

4. Берклеевский курс физики. М. Наука, 1975, т. 1.